28) Zur ferromagnetischen Phase

und in *mean field approximation* haben wir noch ein paar Details zu klären.

(a) Auch unterhalb der Phasenübergangs–Temperatur θ darf man nach der M–Zunahme mit B fragen (nach jener a b $M_0 = N\mu\, m_0$ eben), sich die Suszeptibilität χ ebenso definieren wie oberhalb und $\chi(B=0) = ?$ ermitteln. Sie hängt jetzt neben $N\mu^2$, T , θ auch noch von m_0 ab. Geht man nun mit T von unten her an θ heran, so komme $\chi(B=0) = \frac{N\mu^2}{2\,(\theta - T)}$ heraus, sagt er frech, der Landau VIII. Hat er recht ?

(b) Zur *Helmholtzschen Freien Energie* $\overline{F}(T,N,M) := F + MB$ war bereits „angedroht“ worden, daß aus $\partial_m \overline{F} = -N\,\theta\, m + N\,T\,\mathrm{Arth}(m)$ ($m := \frac{M}{N\mu}$) die Funktion $\overline{F}(T,N,M)$ in voller Schönheit erhalten werden könne — übrigens einschließlich eines m–unabhängigen Anteils. Tun ! Skizze $\overline{F}(T{<}\theta)$ über m ?↯ : $\overline{F}$–Wert und Anstieg bei $m \to 1$, sowie $\overline{F}$–Wert und Krümmung bei $m \to 0$ mögen dafür genügen.

(Wer deutlicher unterscheiden will, kann F nach [Schwabl] die *Kanonische Freie Energie* nennen.)

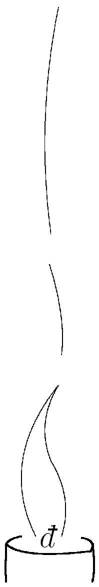
(c) Rückwärtsgang. $F = E - TS$ ergab sich kanonisch aus einer kleinen Rechnung, welche von der allgemeinen Entropie–Definition ausging. Wenn wir diesen Weg ab $\overline{F} = E - TS + BM$ zurückverfolgen, finden wir den statistischen Operator $\overline{\rho}$ (des Ensembles, dessen Thermodynamisches Potential $\overline{F}$ ist). Mittels $\overline{\rho}$ können wir in bekannter Weise die Extremaleigenschaft von $\overline{F}$ ergründen (und auch, was $\overline{F}$ im Nicht–Gleichgewicht bedeutet). Gegenüber Abweichungen vom Gleichgewicht wird also $\overline{F}$ $\substack{\text{maximal ?} \\ \text{minimal ?}}$

(Nebenbei: $\overline{\rho}$ enthält $\overline{Z}$. Die Spur zum $\overline{Z}$–Bilden ist hierbei die gleiche geblieben wie in der Kanonik. Sie läuft schlicht über irgendein VONS des Hilbertraumes von H .)

(d) Das $\overline{F}$–Ensemble. Im allgemeinen vertauscht der Magnetisierungsoperator $\hat{M}$ mit H (s.a. $\boxed{\text{P 10}}$). Also kann man zu festen Eigenwerten E, M (jetzt Eigen– statt Mittelwert) die mikrokanonische Klappe zu machen und zwei intensive Reservoir–Parameter (welche?) definieren. Unter Austausch (welcher Portionen?) leitet sich dann (nämlich wie?) der statistische Operator $\overline{\rho}$ von (c) her.

(Möglich, daß wir jetzt am [nicht ganz unbekannten] wunden Punkt magnetischer Statistik angelangt sind. Liegt nicht B von außen an? Muß sich also das Reservoir der Außenwelt anpassen? Der $-B\hat{M}$–Term in H, fällt er nicht in $\overline{\rho}$ völlig heraus? Zu alledem weiß auch der Übungsmacher nur ein „ja und amen“. Aber vielleicht hilft es, die von den Festtagen herrührenden Bauchschmerzen zu übertönen.)

$2+3+2+2 =$ 9



29) Eine thermodynamische Ungleichung

Großkanonik. Aus $(\Delta N)^2_{\text{großk.}} \geqslant 0$ folgt $\left.\partial_\mu N\right)_{T,V} \geqslant 0$.
Dies zu zeigen, wird einem rechten Analogrechner nicht schwerfallen. 1

30) $c_p > c_V$

Die Weisheit $c_p > c_V$ kann man aus der Identität $c_p - c_V = \frac{T\,V\,\alpha^2}{\kappa_T}$ (∗)

ablesen, welche rechts nur Positives enthält. (Daß $\kappa_T \geqslant 0$ zeigt sich in den Präsenzübungen.) Um (∗) herzuleiten, kommen wir mit Jacobi's Hilfe bis zum Zwischenresultat

$$c_V = \ \dots\ = T\,\partial_V p)_T \left[\partial_T S)_p\, \partial_p V)_T - \partial_p S)_T\, \partial_T V)_p \right] = c_p - T\,\frac{\partial_p S)_T\, \partial_T V)_p}{\partial_p V)_T}$$

Dabei ist N ständig festgehalten und darum nicht als Index angehängt. Der Weg von hier nach (∗) ist harmlos (weil sich das erforderliche Mosaiksteinchen leicht irgendwo findet) und schließt das Jahr 2001 erfreulich ab. 2