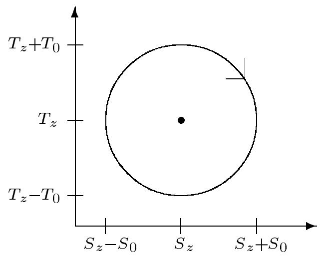
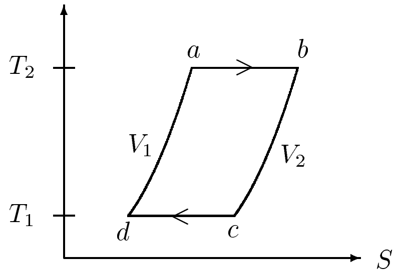
31) Kreisprozeß wörtlich



Geometrisch ins neue Jahr. Frontal besehen hat eine €–Münze die Fläche πR^2 . Verkippt um die Horizontale sieht man sie als Ellipse, nämlich mit welcher Fläche? Dieses „Skalengesetz“ genügt uns, um den Wirkungsgrad η des skizzierten Kreisprozesses unverzüglich aufzuschreiben. Ist er wirklich kleiner als jener (η_c) der zwischen $T_z + T_0$ und $T_z - T_0$ arbeitenden Carnot–Maschine ?

(z wie Zentrum. Hier gibt es Gelegenheit, den Umgang mit einer $\overset{?}{<}$ –Ungleichung zu üben!) 2

32) Der Stirling–Prozeß



arbeitet längs zweier Isothermen ($T = \text{const}$) und zweier Isochoren ($V = \text{const}$). Wir betreiben ihn mit Idealgas, weil dazu eine Formelsammlung bereitsteht ($\cancel{2} = 1$), und natürlich mit fester Teilchenzahl N .

(a) Wie sehen die Funktionen $T(S)$ für die beiden ansteigenden Kurven explizit aus ?
Wir erhalten die unter ihnen liegenden Flächen F_1, F_2 artig per Integration über $T(S)$ und eliminieren S_a bis S_d zugunsten von T_1 und T_2 . Wie ließen sich die letzteren Resultate sehr viel schneller mittels irgendsoeiner $d$sonstwas–Relation erhalten ?
Der Wirkungsgrad η schreibt sich angenehm mit den Abkürzungen $t := T_1/T_2 < 1$ und $\ell := \ln(V_2/V_1) > 1$. $\quad \lim_{T_1 \to 0} \eta = ?$ $\quad \eta \overset{?}{<} \eta_{\text{Carnot}}$

(b) Bei Umkehr des Umlaufssinnes wird der Stirling–Prozeß zu einer Kühlmaschine.
Jetzt wird $|Q_{\text{neg}}|$ dem kühleren Reservoir entzogen, ist also “nützlich“, und so definiert man den Kühl–Wirkungsgrad durch $\varrho := |Q_{\text{neg}}| \, / |W|$. Wie hängt generell ϱ mit η (der gleichen Maschine) zusammen ? Welchen Kühl–Wirkungsgrad hat folglich unsere Idealgas–Stirling–Maschine ? Welches ϱ_c hat hingegen der (inverse) Carnot–Umlauf ?

(c) Ob es auch zwischen ϱ (irgendeiner Maschine) und ϱ_c eine Ungleichung gibt — eine direkt aus $\eta < \eta_c$ herleitbare ? Ist sie im Stirling–Falle tatsächlich erfüllt ?

$4 + 2 + 1 =$ 7

33) Inversionstemperatur T_I

Der Joule–Thomson–Effekt wechselt in der Regel mit wachsender Temperatur sein Vorzeichen, und zwar von Abkühlung bei $T < T_I$ zu Erwärmung bei $T > T_I$. Weil p abnimmt (dp negativ ist) müßte demnach in $dT = \frac{V}{c_p}\,(T\alpha - 1)\, dp$ der Koeffizient $k := T\alpha - 1$ unterhalb T_I positiv ausfallen.

Jedes Material hat seine Zustandsgleichung $p = p(T, v)$ mit $v := V/N$. Kennt man die Funktion $p(T, v)$, so folgt k — allgemeine Formel für k ?!

Ein Herr Van der Waals behauptet nun, er könne Gas liefern mit Zustandsgleichung $\left(p + \frac{a}{v^2}\right)\left(v - b\right) = T$. Wir rechnen k aus, bringen auf Hauptnenner, sehen, daß der Zähler mit wachsender Temperatur $\substack{\text{zunimmt ?} \\ \text{abnimmt ?}}$, geben die Temperatur $T_I = ?$ an, bei welcher das VdW–Gas invertiert und kontrollieren erst jetzt, ob der Nenner bei $T = T_I$ das gewünschte Vorzeichen hat.

(Bei der Nenner–Nullstelle $T_c = ? < T_I$ wird das Gas übrigens flüssig, wie wir noch sehen werden.) 3