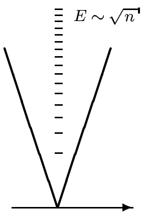
10) Spektren im Vergleich



Ob ein Spektrum $E = \epsilon n'$ (n' und $n = 0, 1, \ldots$) eine mit wachsendem n' zunehmende Entartung $g(n')$ hat, oder ob nicht–entartete E's immer enger zusammenrücken: $E = \epsilon f(n)$ ($f(0) = 0$), das sollte bei höherer Temperatur ($\sum \to \int$) thermodynamisch äquivalent sein.

Wie hängen die Funktionen g und f miteinander zusammen ? Wenn speziell $g(n') = (n')^{m-1}$ ist (mit $m = 1, 2, \ldots$), läßt sich $f(n) = ?$ angeben. Die Energie E_k zeige, wieviele Portionen T in das System gekrochen sind. (Im obigen Bild ist übrigens $V \sim |x|$ zu sehen, und es illustriert den Fall $m = 2$.) 3

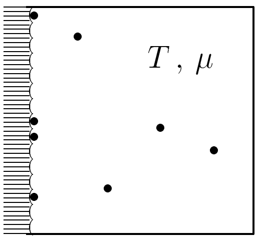
11) Das Konstrukt

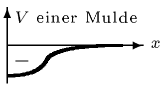
Vielleicht wird das System mit Kunst–Zustandssumme $$Z = \frac{1}{N!}\,(Z_1)^N \qquad (*)$$ deshalb als „Ideales Gas" bezeichnet, weil es eine so ideale Übungsaufgabe abgibt. In $(*)$ ist Z_1 die bekannte Zust.summe eines Teilchens im 3D Kasten mit ∞ hohen Wänden.

(a) Daß N stirlingisch groß und Z_1 mit $\sum \to \int$ versehen sei, gehöre zur Konstrukt-Definition hinzu. Wir bilden E_k , F ($N!$ hat ex. gerettet !), und als F–Gradient–Komponenten S_k , p_k und μ . ($\hbar$ in S_k : Gas nicht „klassisch". S_k zeigt auch wieder die bekannte $\geqslant 0$–Verletzung.) Da intensitv, kann μ nur von intensiven Größen abhängen und leicht (tun!) als $\mu(p, T)$ geschrieben werden.

(b) Für erste Gedanken, wie der Fehler entsteht, gehen wir zu $(*)$ zurück, nehmen einen <u>1D</u> Kasten und packen nur $N = 2$ Teilchen hinein, so daß $E = \alpha(n_1^2 + n_2^2)$ (Index verweist auf Teilchen). Nun füllen wir Entartungsgrade g in eine kleine Tabelle ($1/2!$ macht das Kunst–g kleiner). Nach rechts: 2 Kunstteilchen / 2 spinlose Fermionen / 2 Bosonen. Nach unten: Energie $E = 2\alpha$ / $E = 5\alpha$ / $E = 8\alpha$. $2.5 + 1.5 =$ 4

12) Adsorption





Auf den M Gitterplätzen einer Festkörper–Oberfläche kann (mit Bindungsenergie $-\epsilon$) je (höchstens) ein Molekül aus einem umgebenden Gas (T, μ) adsorbiert werden. Es interessiert die mittlere Anzahl N adsorbierter Moleküle. System ist also die Oberfläche. Aufgrund der Vorgaben ist dies ein typisch großkanonisches Problem.

(a) Wir gehen zuerst den einfachen, anschaulichen, direkten Weg. Gäbe es nur eine Mulde auf der Oberfläche (somit nur 2 Zustände des Systems), könnten wir die Wahrscheinlichkeit für ihre Besetzung sofort aufschreiben. Also ist (nun wieder M Mulden) $N = ?$

(b) Vor Jahren meinte ein Übungs–Oberleiter, man solle zuerst Z_{gr} auf die Form $(1 + \ldots)^M$, bringen, indem man das darin enthaltene kanonische $Z(T, M, N)$ explizit macht. Auch ganz hübsch, nicht wahr. Haben wir Z_{gr} , so auch Ω, so auch erneut N .

(c) Bevor wir (der Anschaulichkeit wegen) daran gehen, das Resultat durch Druck p und Temperatur T des Gases ausdrücken, äußern wir 4 Erwartungen. Gegen je welchen Wert sollte die Konzentration $c := N/M$ gehen, wenn (unter Festhalten der je anderen Variablen) $p \to 0$, $p \to \infty$, $T \to 0$ bzw. $T \to \infty$ geht ?
Jetzt behandeln wir das Gas als „ideal", setzen also $\beta\mu = \ln(p\lambda^3/T)$ ein (bekannt aus Ü 11) und schreiben $c(p, T)$ gescheit auf — nämlich so, daß die 4 Erwartungen leicht im Kopf bestätigt werden können. $1 + 2.5 + 1.5 =$ 5