Lagrangians

- Harmonischer Oszillator : $$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - \frac{1}{2}m^2\phi^2 \qquad (\mathcal{L}.1)$$

  jedoch einer „in Feldrichtung" mit Masse 1 und $m^2 := \omega^2$. Er ist somit eine freie Feldtheorie in $0 + 1$ Dimensionen, ergo $L = \mathcal{L}$.

- ϕ^4–Theorie : $$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu\phi\right)\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m^2\phi^2 - \frac{\lambda}{4!}\phi^4 \qquad (\mathcal{L}.2)$$

  ist **die** Spielzeug–Feldtheorie. Sie behandelt neutrale Teilchen (ϕ ist skalares reelles Feld) mit Masse m und Selbstwechselwirkung in $4 = 3 + 1$ Dimensionen.

- Skalare Elektrodynamik $$\mathcal{L} = \left(D_\mu\phi\right)^* D^\mu\phi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \qquad (\mathcal{L}.3)$$

  behandelt geladene (hier: masselose) Teilchen und deren Eichbosonen, d.h. Photonen, $D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Ihre Elektrodynamik–Kursvorlesung (SI-System) ist vielleicht damals vorgedrungen bis $L = \sum_j \left(-m_j c^2\sqrt{1 - \vec{u}_j^{\,2}/c^2}\ \right) + \int d^3r\,\left(-\frac{1}{c}j^\mu A_\mu - \frac{\varepsilon_0}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right)$. Und nun sehen wir, welche Harmonie das Nachziehen der Teilchen–Q. herstellt:

- QED : $$\mathcal{L} = \overline{\psi}\left(i\gamma^\mu\partial_\mu - m\right)\psi - j^\mu A_\mu - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \;=\; \overline{\psi}\left(i\not{D} - m\right)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad , \qquad (\mathcal{L}.4)$$

  denn $j^\mu = -e\overline{\psi}\gamma^\mu\psi$ und $\not{D} = \gamma^\mu\left(\partial_\mu - ieA_\mu\right)$.

- QCD : $$\mathcal{L} = \overline{\psi}\left(i\not{D} - m\right)\psi - \frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F^{\mu\nu\ a} \qquad (\mathcal{L}.5)$$

  mit $D_\mu = \partial_\mu - ig\mathsf{A}_\mu$, $\mathsf{A}_\mu = A^a_\mu T^a$ und $F_{\mu\nu} = \frac{i}{g}[D_\mu, D_\nu] = \partial_\mu\mathsf{A}_\nu - \partial_\nu\mathsf{A}_\mu - ig[\mathsf{A}_\mu, \mathsf{A}_\nu] =: F^a_{\mu\nu}T^a$ mit den Gereratoren T^a der $SU(N)$, $a = 1, \ldots, N^2 - 1$ (reality: $N = 3$ colours, 8 gluons).

- Higgs–Modell : $$\mathcal{L} = \left(D_\mu\phi\right)^* D^\mu\phi + \mu^2\phi^*\phi - \lambda\left(\phi^*\phi\right)^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \qquad (\mathcal{L}.6)$$

  (a) ϕ hat eine Komponente, dann ist $(\mathcal{L}.6) = (\mathcal{L}.3) - V(\phi^*\phi)$ mit $V(x) = -\mu^2 x + \lambda x^2$
  (b) $\phi = \binom{\phi_1}{\phi_2}$, dann umeichbar mit $U = e^{-ig\Lambda^a T^a}e^{-ig'\chi(x)\frac{1}{2}}$ $\left[\text{hier } a = 1,2,3:\ SU(2) \times U(1)\right]$
  und darum zwei Hilfsfelder erfordernd : $D_\mu = \partial_\mu - igW_\mu - ig'B_\mu\frac{1}{2}$.

- Weinberg–Salam–Modell : $$\psi := \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \\ e_R \end{pmatrix} \quad , \quad \mathcal{L} = \overline{\psi}i\not{D}_F\psi + (\mathcal{L}.6) + \left\{-c_e\left[\begin{pmatrix} \overline{\nu_L} \\ \overline{e_L} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}\right] e_R \;+\; \text{h.c.}\right\} \qquad (\mathcal{L}.7)$$

  { } heißt Yukawa–Kopplung. Version (b) zu $(\mathcal{L}.6)$ ist gemeint (mit zwei F^2-Termen für W bzw. B). Die beiden $\not{D}$'s unterscheiden sich ein klein wenig. So sieht sie aus, die *Unification* elektromagnetischer und schwacher Kräfte (im einfachsten Falle: no quarks, nur ν_e, e). Den Masse–gebenden Symmetriebruch (nur Photon bleibt sauber) schafft $(\mathcal{L}.7)$ von ganz alleine.

- Standard–Modell :

  Im wesentlichen steht es mit $(\mathcal{L}.7)$ schon da. In der ψ–Spalte sind die Lepton–Tripel dreifach zu nehmen, und (drei) quark-Quadrupel (aus u_L, d'_L, u_R, d'_R) kommen hinzu. In $\mathcal{L}$ gibt es weitere (durch Symmetrie eingeschränkte) Yukawa-Kopplungen vom Typ $\overline{u}_R$–Higgs–$(u,d)_L$. Vor Symmetriebruch: $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$. Nach selbigem entnimmt man die „herausgekommenen" 18 Parameter dem Experiment (11 Massen, 3 Kopplungen, 4 Cabibbo angles — wegen nicht–verschwindender Massen der Neutrinos inzwischen leider ein paar mehr) — und sodann stimmt das STM in allen weitergehenden Vorhersagen mit den experimentellen Daten überein, und stimmt und stimmt und stimmt noch heute: 30. 4. 2002.

(hschulz@itp.uni-hannover.de)