QCD

Als Spin-$\frac{1}{2}$-Teilchen folgt jedes quark der Dirac-Gleichung. Sein Spinorfeld ψ trägt einen zusätzlichen Dreierindex α = red, blue, green. Richtungen im Farbraum sind nicht beobachtbar. Das Prinzip der lokalen Eichinvarianz verlangt daraufhin Unabhängigkeit der Wirklichkeit unter $\psi_\alpha \to U_{\alpha\beta}\psi_\beta$ mit $U = e^{-ig\,\Lambda^a(x)\,T^a}$ und den 8 hermiteschen, spurfreien Generatoren T^a der SU(3), normiert per $\mathrm{Sp}(T^aT^b) = \frac{1}{2}\delta^{ab}$. Dies zwingt, 8 Felder A^a_μ ('Gluonen') einzuführen, $\partial_\mu \to D_\mu = \partial_\mu - ig\mathsf{A}_\mu$, $\mathsf{A}_\mu := A^a_\mu T^a$, welche sich gemäß $\mathsf{A}_\mu \to U\mathsf{A}_\mu U^{-1} - \frac{i}{g}U_{,\mu}U^{-1}$ umeichen. Mittels Feldtensor $F_{\mu\nu} = \frac{i}{g}\,[\,D_\mu\,,\,D_\nu\,] = \partial_\mu\mathsf{A}_\nu - \partial_\nu\mathsf{A}_\mu - ig\,[\,\mathsf{A}_\mu\,,\,\mathsf{A}_\nu\,]$ gewinnt man eine eichinvariante Eigendynamik der Gluonfelder – und schließlich die Lagrangedichte der QCD :

$$\mathcal{L} = \overline{\psi}\,\left(i\gamma^\mu D_\mu - m\right)\,\psi - \frac{1}{2}\mathrm{Sp}\,(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}) \;+\; \begin{matrix}\text{gauge}\\\text{fixing}\end{matrix} \;+\; \begin{matrix}\text{ggf.ghost}\\\text{dynamics}\end{matrix} \;+\; \begin{matrix}\text{counter}\\\text{terms}\end{matrix}$$

(hschulz@itp.uni-hannover.de)