

## Anhang: Gleichmäßige Abstufung, Grauskala, das Weber–Fechnersche Gesetz

Versucht man, eine gleichmäßige Grauskala mit dem Farbkreisel zu erzeugen und wählt eine gleichmäßige Zunahme des Weißanteils, so ergibt sich folgendes Bild 1: links die Scheibe in Ruhe, der Weißanteil nimmt von innen nach außen in Schritten von 0,2 zu, rechts das Erscheinungsbild der Scheibe, wenn sie sich schnell dreht.

Wie der Zusammenhang zwischen Reiz und Empfindung ist, haben Weber und Fechner als erste beschrieben: sie fanden, daß (innerhalb gewisser Grenzen) die Empfindung dem Logarithmus der Reizstärke entspricht.

Die Unmöglichkeit einer unter allen Umständen gleichabständig wirkenden Grauskala wurde in der vierten Vorlesung besprochen; wir haben dort gesehen, daß ein gleichmäßiges Ansteigen der Maßzahlen im RGB-Schema auf dem Bildschirm eine befriedigend gleichabständige Skala ergibt. In dem für die Einstellung der Farben auf dem Computer-Bildschirm verwendeten RGB-Schema muß also das Weber-Fechnerschen Gesetz schon berücksichtigt sein.

Wie sind die Anteile für die weiße Fläche auf dem Farbkreisel abzustufen, damit man eine Grauskala erhält? Diese Frage ist äquivalent zu der Frage: wie sind die Helligkeiten (die Elektronen-Strahlströme, die den Schirm zum Fluoreszieren bringen) abgestuft, wenn die Grauskala auf dem Bildschirm gleichmäßig erscheint?

Wir legen die vom weißen Papier zurückgeworfene Lichtmenge willkürlich als  $100\% = 1$  fest (bzw. die Helligkeit des weißen Bildschirms als 1). Für das dunkelste auf dem Kreisel dargestellte Schwarz ist der Flächenanteil des weißen Sektors 0, entsprechend wird für die Darstellung von Schwarz auf dem Bildschirm der Elektronenstrahl ganz unterdrückt, hat also die Intensität Null.

Nehmen wir an, daß beim Blick auf die schwarze Fläche des Farbkreisels (bzw. auf den dunklen Bildschirm) noch die Helligkeit  $r_S$  wahr-

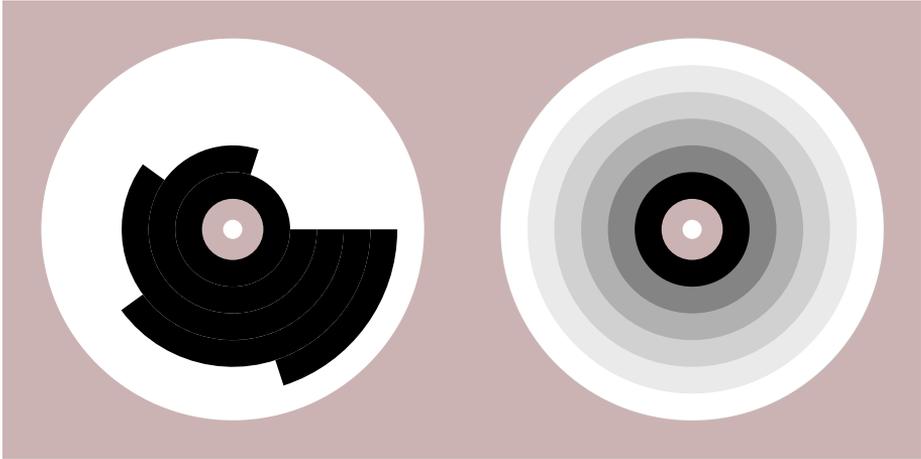


Abbildung 1: Gleichmäßige Zunahme des Weißanteils in den Kreisringen des Kreisel führt bei Drehung zu einer ungleichstufig erscheinenden Grauskala.

genommen wird. Diese rührt vom Remissionsvermögen des schwarzen Papiers, aber auch alles Streulicht zählt hier, insbesondere auch das im Auge selbst gestreute Licht der Umgebungsbeleuchtung. Diese Rest-Helligkeit entspricht dem Weißanteil 0 beim Farbkreis (und dem Strahlstrom 0 beim Bildschirm).

Ich bezeichne mit  $f_W$  diesen Weißanteil, der von 0 bis 1 variieren kann. Mit  $W$ , das ebenfalls von 0 bis 1 variieren kann, wird die empfundene Helligkeit bezeichnet, bzw. die Weißmaßzahl der Grauskala am PC. Grau erhält man am Bildschirm, wenn  $R = G = B = W$  ist, daraus folgt, daß die Maßzahlen  $R$ ,  $G$  und  $B$  genauso abgestuft werden müssen.

Die vom Farbkreis (schwarz mit weißem Sektor von  $f_W \cdot 360^\circ$ ) remittierte Lichtmenge ist

$$r = r_S + f_W \cdot (1 - r_S).$$

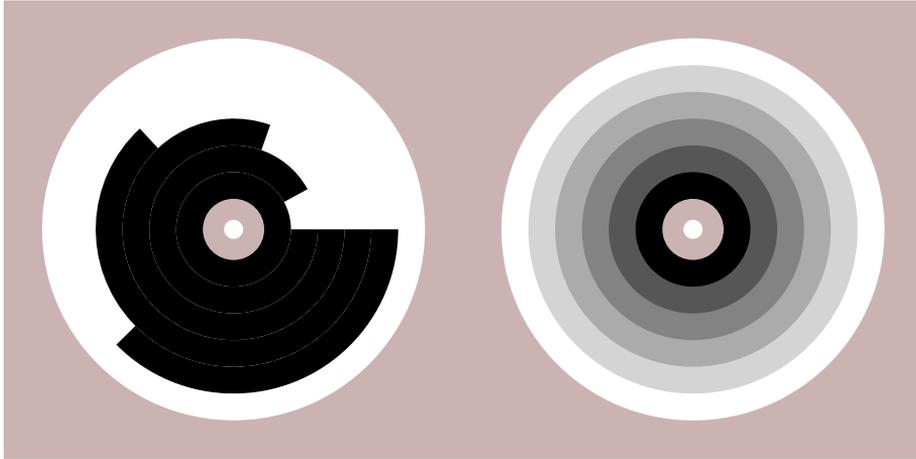


Abbildung 2: Abstufung des Weißanteils nach dem Weber-Fechnerschen Gesetz und die daraus resultierende Grauskala. Zur Berechnung der Winkelanteile wurde als „Remission“ des Schwarzanteils  $r_S = 0.143 (= 1/7)$  angesetzt.

Es ist zweckmäßig, diese Helligkeit in Einheiten von  $r_S$  zu messen, d.h. für uns ist das Verhältnis  $r/r_S$  von Interesse. Nach Weber und Fechner ist die Empfindung dann proportional zu  $\log(r/r_S)$ . Den Proportionalitätsfaktor legen wir dadurch fest, daß für maximale Helligkeit  $r_{\max}$  die empfundene Helligkeit  $W = 1$  sein soll, also Weiß. Wir müssen also durch  $\log(r_{\max}/r_S)$  teilen. Mit unseren obigen Annahmen ergibt sich  $r_{\max} = 1$ .

Nach einfachen Umformungen erhält man dann

$$W = 1 - \frac{1}{\log r_S} \log[r_S + f_W(1 - r_S)]$$

und die dazugehörige Umkehrformel

$$f_W = \frac{1}{1 - r_S} [r_S^{(1-W)} - r_S].$$

Das Experiment mit dem Farbkreis (Bild 2) zeigt, daß die so aus der Folge von Helligkeiten  $W = 0, 0.2, 0.4, \dots, 1$  gewonnene Folge von Winkelanteilen von  $f_W \cdot 360^\circ$  ein befriedigendes Ergebnis liefert. Dabei wurde angenommen, daß  $r_S = 1/7$ . Wir haben somit experimentell zumindest in guter Näherung ermittelt, wie die RGB-Maßzahlen (diese entsprechen  $W$ ) in Strahlstrom-Einheiten (entsprechen  $f_W$ ) umzurechnen wären.

Bei Kathodenstrahlröhren gehorcht der Zusammenhang zwischen Strahlstrom und der ihn steuernden Gitterspannung einem Potenzgesetz,

$$j \propto V^\gamma.$$

Man legt das Helligkeitssignal  $L$  auf die Steuerspannung und erhält daraus

$$Y/Y_W = (L/L_W)^\gamma.$$

$Y$  ist die farbmetrische, in physikalischen Einheiten gemessene Helligkeit; der Index  $W$  bezieht sich auf die Helligkeit von Weiß. Der Wert von  $\gamma$  läßt sich innerhalb gewisser Grenzen beeinflussen, und es zeigt sich, daß – je nach der Beleuchtungssituation – mit einem  $\gamma$  zwischen ca. 1.5 und 2.5 die vom Weber–Fechnerschen Gesetz eigentlich geforderte Exponentialfunktion durch das Potenzgesetz hinreichend gut angenähert wird. Ein glücklicher Zufall?

Ein ähnliches Potenzgesetz kennt man schon aus der Fotografie, und der Exponent  $\gamma$  ist namensgebend: Man nennt in Foto- und Fernsehtechnik die Manipulation der Helligkeitsabstufungen mit dem Ziel, daß das Bild als möglichst naturgetreu empfunden wird, Gamma-Korrektur.