Sommersemester 2011

Übungen zur Theoretischen Elektrodynamik

Hausübung, Blatt 1

Abgabe: Montag, 11. April, zu Beginn der Vorlesung

Aufgabe 1

Berechnen Sie

a) $\int\limits_{-\infty}^{\infty} dy \int\limits_{0}^{1} dx \, (x - x^2) \, \delta(x - y)$

b) $\int\limits_{0}^{\pi/2} \delta(\sin\vartheta - 0.2) \, \cos^3\vartheta \, d\vartheta$

c) $\vec{\nabla} r$, $\vec{\nabla} \cdot \vec{r}$ und $\vec{\nabla} \times \vec{r}$, wobei $\vec{r}$ der gewöhnliche Ortsvektor ist, und $r = |\vec{r}|$.

(10 Punkte)

Aufgabe 2

Sei $\phi(\vec{r})$ ein Skalarfeld; $\vec{v}(\vec{r})$ und $\vec{w}(\vec{r})$ seien Vektorfelder. Zeigen Sie

a) $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla}\phi = 0$

b) $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{v}) = 0$

c) $\vec{\nabla} \times (\phi\vec{v}) = (\vec{\nabla}\phi) \times \vec{v} + \phi(\vec{\nabla} \times \vec{v})$

d) $\vec{\nabla} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}) = \vec{w} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{v}) - \vec{v} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{w})$

Sie können verwenden, dass $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$.

(10 Punkte)

Aufgabe 3

Schreiben Sie mit Hilfe der Diracschen Deltafunktion die Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$ für

a) eine Punktladung Q am Ort $(r_0, \vartheta_0, \varphi_0)$ in Kugelkoordinaten r, ϑ, φ,

b) eine homogen geladene Kugeloberfläche mit Ladung Q und Radius R,

c) eine homogen geladene Kreisscheibe mit Ladung Q, Radius R und verschwindender Dicke.

Beachten Sie, dass das Volumenelement in Kugelkoordinaten lautet: $dV = r^2 \sin\vartheta \, d\vartheta \, d\varphi \, dr$.
In allen Fällen muss gelten: $Q = \int \rho(\vec{r}) \, dV$.

(10 Punkte)