Sommersemester 2011

Übungen zur Theoretischen Elektrodynamik

Hausübung, Blatt 2

Abgabe: Montag, 18. April, vor der Vorlesung

Aufgabe 4

a) Berechnen Sie mit Hilfe des Gaußschen Satzes das elektrische Feld für folgende axialsymmetrische, entlang der z-Achse translationsinvariante Ladungsverteilung:

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0 \, \dfrac{r^2}{R^2}, & 0 \leq r \leq R \\ 0, & r > R \end{cases}$$

mit Konstanten ρ_0 und $R>0$. Hier ist r die Radialkoordinate der Zylinderkoordinaten r, φ, z. Zur Kontrolle können Sie überprüfen, ob das Feld für $r = 0$ und $r \to \infty$ verschwindet.

b) Berechnen Sie das elektrostatische Potential $\phi(r)$ aus dem Feld. Setzen Sie $\phi(0) = 0$.

(5 + 5 = 10 Punkte)

Aufgabe 5

Betrachten Sie folgende dreidimensionale Ladungsverteilung, die nur von der x-Koordinate des Ortsvektors $\vec{r}$ abhängt:

$$\rho(\vec{r}) = \rho(x) = \rho_0 \, x \, e^{-\lambda |x|}.$$

Hier sind ρ_0 und $\lambda > 0$ Konstanten.

a) Berechnen Sie das elektrische Feld im Bereich $-\infty < x < \infty$ mit Hilfe der differentiellen Maxwellgleichung der Elektrostatik.

b) Skizzieren Sie Ladungsdichte und Feld als Funktion von x. Skizzieren Sie auch den qualitativen Verlauf des elektrostatischen Potentials (ohne Rechnung).

(6 + 4 = 10 Punkte)

Aufgabe 6

Zeigen Sie: In einem ladungsfreien Raumbereich ist der Potentialmittelwert über eine Kugeloberfläche gleich dem Potential im Kugelmittelpunkt (Gaußscher Mittelwertsatz).

Hinweis: Starten Sie z.B. mit dem Potential $\phi(0)$ im Mittelpunkt. Verwenden Sie die Formel $\vec{\nabla}^2 \frac{1}{r} = -4\pi\delta(\vec{r})$, partielle Integrationen bezüglich des Nabla-Operators sowie den Gaußschen Satz.

(10 Punkte)