KLAUSUR

Bitte füllen Sie als erstes unbedingt das Deckblatt aus. Schreiben Sie zur Sicherheit auf jedes Blatt Ihren Namen. Die Klausur ist bestanden, wenn Sie 25 von 50 Punkten erreicht haben. Viel Erfolg!

[K0] *Kurzfragen* **[$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$ Punkte]**

Antworten Sie in Worten und in maximal 3 Zeilen pro Frage.

(1) Was ist ein Faradayscher Käfig und welche Eigenschaft hat er?
(2) Nennen Sie die zwei Phänomene, durch die in der Elektrodynamik magnetische und elektrische Felder gekoppelt sind.
(3) Unter welcher Bedingung ist das Dipolmoment einer Ladungsverteilung unabhängig von der Wahl des Koordinatenursprungs?
(4) Was ist eine Eichtransformation?
(5) Welchen Erhaltungssatz beschreibt die Kontinuitätsgleichung?

[K1] *Elektrostatik* **[$3 + 6 + 1 = 10$ Punkte]**

Betrachten Sie folgende kugelsymmetrische Ladungsverteilung:

$$\rho(\vec{r}) = \rho_0 \mathrm{e}^{-\alpha r^3} .$$

Dabei sind ρ_0 und α reelle Konstanten mit $\alpha > 0$.

(a) Bestimmen Sie ρ_0 so, dass sich die Gesamtladung Q ergibt.
(b) Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ und skizzieren Sie die Funktion $|\vec{E}(r)|$.
(c) Geben Sie das Dipolmoment der Ladungsverteilung an.

[K2] *Magnetostatik* **[$3 + 2 + 5 = 10$ Punkte]**

Innerhalb eines unendlich langen Zylinders mit Radius R fließt die Stromdichte $j_0 \cdot \left(\frac{\rho}{R}\right)^n$ parallel zur Zylinderachse, wobei $n \in \mathbb{N}_0$. Es ist $j_0 = \mathrm{const}$ und ρ die radiale Zylinderkoordinate.

(a) Bestimmen Sie j_0 so, dass sich der Gesamtstrom I ergibt.
(b) Beschreiben Sie in Worten die Stromverteilungen, die sich in den Fällen $n = 0$ bzw. $n \to \infty$ ergeben, wenn I konstant gehalten wird.
(c) Berechnen Sie die magnetische Flussdichte $\vec{B}(\vec{r})$ innerhalb und außerhalb des Zylinders.

[K3] *Wellengleichungen* **[$2 + 6 + 2 = 10$ Punkte]**

Betrachten Sie den Fall des ladungsfreien Vakuums.

(a) Wie lauten die Maxwell-Gleichungen im ladungsfreien Vakuum?
(b) Leiten Sie durch Entkoppeln dieses Gleichungssystems die Wellengleichungen für das elektrische Feld $\vec{E}$ und die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ her.
(c) Können Sie eine Lösung der Wellengleichung für $\vec{E}$ angeben?

Hinweis: Für ein beliebiges Vektorfeld $\vec{V}$ gilt $\nabla \times (\nabla \times \vec{V}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{V}) - (\nabla \cdot \nabla)\vec{V}$.

[K4] *Feldenergie* **[$4 + 3 + 3 = 10$ Punkte]**

Betrachten Sie eine Anordnung aus zwei konzentrischen, homogen geladenen Kugelschalen mit jeweils verschwindend kleiner Dicke. Die jeweiligen Gesamtladungen seien entgegengesetzt gleich, Q und $-Q$. Die Radien seien $R_1 < R_2$.

(a) Geben Sie das elektrische $\vec{E}(\vec{r})$ und das elektrische Potential $\Phi(\vec{r})$ im ganzen Raum an. Zur Kontrolle: Für $R_1 < r < R_2$ sollten Sie $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \vec{e}_r$ finden.
(b) Berechnen Sie die elektrische Feldenergie direkt aus dem $\vec{E}$-Feld.
(c) Auf welche Art kann man die Energie alternativ berechnen? Zeigen Sie, dass die Ergebnisse übereinstimmen.