

NACHKLAUSUR

Bitte füllen Sie als erstes unbedingt das Deckblatt aus. Schreiben Sie zur Sicherheit auf jedes Blatt Ihren Namen. Die Klausur ist bestanden, wenn Sie 25 von 50 Punkten erreicht haben. Viel Erfolg!

[K0] Kurzfragen **[2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10 Punkte]**

Antworten Sie in Worten und in maximal 3 Zeilen pro Frage.

- (1) Was ist ein Faradayscher Käfig und welche Eigenschaft hat er?
- (2) Mit welcher Potenz des Abstands fallen elektrisches Feld und Potential des elektrischen Dipols ab?
- (3) Was ist eine Green'sche Funktion?
- (4) Nennen Sie ein Phänomen, für dessen Erklärung der Maxwell'sche Verschiebungsstrom nötig ist.
- (5) Was beschreibt der Poynting-Vektor?

[K1] Elektrostatik **[2 + 6 + 2 = 10 Punkte]**

In einer Kugelschale befinde sich zwischen den Radien r_1 und r_2 , $r_1 < r_2$, eine homogene Raumladungsdichte ρ . *Hinweis:* der Gradient in Kugelkoordinaten ist $\vec{\nabla} = \vec{e}_r \partial_r + \vec{e}_\theta \frac{1}{r} \partial_\theta + \vec{e}_\varphi \frac{1}{r \sin \theta} \partial_\varphi$.

- (a) Das elektrische Potential $\Phi(\vec{r}) = \Phi(r)$ ist radialsymmetrisch. Folgern Sie daraus, dass das elektrische Feld von der Form $\vec{E}(\vec{r}) = E(r)\vec{e}_r$ ist.
- (b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Gauss'schen Gesetzes das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ im ganzen Raum, also für die Fälle $r < r_1$, $r_1 < r < r_2$ und $r_2 < r$.
- (c) Skizzieren Sie $E(r)$ über dem Abstand r .

[K2] Induktion **[5 + 5 = 10 Punkte]**

Betrachten Sie einen Kreisring (Durchmesser d) in der xy -Ebene mit dem Mittelpunkt im Ursprung.

- (a) Der Kreisring werde senkrecht von den Feldlinien eines zeitabhängigen Magnetfeldes $\vec{B}(\vec{r}, t) = B_0 e^{-\alpha t} \vec{e}_z$ durchsetzt. Welche Spannung wird in dem Draht induziert?
- (b) Stattdessen sei der Kreisring von einem konstanten Strom I durchflossen. Geben Sie das erzeugte Magnetfeld $\vec{B}(\vec{r} = z\vec{e}_z)$ entlang der z -Achse an. *Hinweise:* Vektorprodukt in Zylinderkoordinaten: $\vec{e}_r \times \vec{e}_\phi = \vec{e}_z$, $\vec{e}_r \times \vec{e}_z = -\vec{e}_\phi$ und $\vec{e}_\phi \times \vec{e}_z = \vec{e}_r$. Es ist $\int_0^{2\pi} d\phi \vec{e}_r = 0$.

[K3] Elektromagnetische Wellen **[6 + 4 = 10 Punkte]**

Betrachten Sie eine monochromatische, ebene Welle im Vakuum:

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{a} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)}, \quad \vec{B}(\vec{x}, t) = \frac{\vec{k}}{\omega} \times \vec{E}(\vec{x}, t) \quad \text{mit} \quad \vec{a} \text{ reell}, \quad \omega = c|\vec{k}|, \quad \vec{k} \cdot \vec{E} = 0.$$

- (a) Zeigen Sie, dass die Felder alle vier Maxwell-Gleichungen (im ladungsfreien Vakuum) erfüllen. *Hinweise:* $\vec{\nabla} \cdot (\vec{V} \times \vec{W}) = \vec{W} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{V}) - \vec{V} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{W})$ und $\vec{\nabla} \times (\vec{V} \times \vec{W}) = \vec{V}(\vec{\nabla} \cdot \vec{W}) - \vec{W}(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) + (\vec{W} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} - (\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{W}$.
- (b) Berechnen Sie den Poynting-Vektor der ebenen Welle. Achten Sie darauf, dabei nur die Realteile der Felder zu verwenden.

[K4] Dielektrikum **[3 + 4 + 3 = 10 Punkte]**

Ein homogenes Dielektrikum $\epsilon_r > 1$ fülle den Halbraum $x < 0$. Am Punkt $a\vec{e}_x$, $a > 0$, befinde sich eine Punktladung q im Vakuum.

- (a) Stellen Sie die zu lösenden Gleichungen für das Potential Φ in den Halbräumen $x < 0$ und $x > 0$ auf, und geben sie die Randbedingungen für \vec{E} und \vec{D} an der Grenzfläche $x = 0$ an. Hierbei gilt $\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi$ in beiden Halbräumen.
- (b) Berechnen Sie das elektrostatische Potential in beiden Halbräumen, jeweils mit Hilfe einer Spiegelladung. *Hinweis:* Die beiden Spiegelladungen berechnen sich aus den in (a) gefundenen Randbedingungen.
- (c) Berechnen Sie die Kraft, die das Dielektrikum auf die Punktladung ausübt. Ist die Kraft anziehend oder abstoßend?