

DIELEKTRIKA, MAGNETOSTATIK

Wir beschäftigen uns hier mit elektrischen Feldern in Medien, und mit statischen magnetischen Feldern.

**[H13] Ferroelektrischer Zylinder** **[4 + 3 + 4 + 3 = 14 Punkte]**

Ein Zylinder der Länge  $L$  und mit Radius  $R$  besitze eine permanente Polarisation  $\vec{P}_0$ , die innerhalb des Zylinders räumlich konstant und parallel zur Symmetrieachse gerichtet sei. Freie Ladungen seien nicht präsent, und außerhalb des Zylinders befinde sich Vakuum.

- Vorübung:* Betrachten Sie zunächst eine Kreisscheibe in der  $xy$ -Ebene mit ihrem Mittelpunkt im Ursprung, die homogen geladen sei. Geben Sie die Ladungsdichte  $\rho(\vec{r})$  an und bestimmen Sie das elektrische Feld entlang der  $z$ -Achse.
- Berechnen Sie die Polarisationsladungsdichte  $\rho_P(\vec{r}) = -\text{div } \vec{P}$  des Zylinders als Funktion des Ortes. *Hinweis:* Überlegen Sie, wie Sie  $\vec{P}(\vec{r})$  mit der Hilfe von Distributionen wie der Heaviside-Distribution (Stufenfunktion  $\theta$ ) schreiben können.
- Berechnen Sie das elektrische Feld  $\vec{E}$  und die dielektrische Verschiebung  $\vec{D}$  auf der Symmetrieachse des Zylinders, und zwar sowohl für innerhalb wie außerhalb des Zylinders. *Hinweis:* Denken Sie an die Vorübung (a).
- Skizzieren Sie qualitativ den Verlauf der Feldlinien des elektrischen Feldes  $\vec{E}$  und der dielektrischen Verschiebung  $\vec{D}$ .

**[H14] Dielektrische Kugel** **[5 + 2 + 2 + 3 = 12 Punkte]**

Eine Kugel vom Radius  $R$  sei homogen polarisiert, d.h.  $\vec{P}(\vec{r}) = \vec{P}_0 = P_0 \vec{e}_z$  für  $r < R$ , und  $\vec{P}(\vec{r}) = 0$  für  $r > R$ . Es gebe keine überschüssige Ladungen, es ist also  $\rho(\vec{r}) = 0$ .

- Berechnen Sie das skalare Potential  $\Phi(\vec{r})$  innerhalb und außerhalb der Kugel. *Hinweis:* Der Dipol-Term des Potentials ist für eine Dipol-Dichte  $\vec{P}(\vec{r})$  definiert als

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V d^3r' \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \cdot \vec{P}(\vec{r}').$$

- Berechnen Sie die elektrische Feldstärke  $\vec{E}$ .
- Erstellen Sie einen Plot der elektrischen Feldstärke mit MATHEMATICA, der diese innerhalb und außerhalb der Kugel zeigt.
- Bestimmen Sie die Polarisationsladungsdichte  $\rho_P(\vec{r})$ .

**[H15] Magnetischer Dipol** **[4 + 2 = 6 Punkte]**

Das Vektorpotential einer räumlich begrenzten Stromverteilung ist für große Abstände näherungsweise durch

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^3}$$

gegeben. Hierbei ist  $\vec{m}$  das magnetische Dipolmoment.

- Berechnen Sie in dieser Näherung das Magnetfeld  $\vec{B}$ .
- Um was für ein Feld handelt es sich? *Hinweis:* Es ist hilfreich, das Feld zu skizzieren oder zu plotten.