MAGNETOSTATIK

Wir behandeln einige grundlegende Fragestellungen der Magnetostatik und studieren die wichtigsten Konfigurationen mit stationären Strömen, Spule und parallele Drähte.

[H16] *Parallele Drähte und Bezugssysteme* **[$4 + 2 + 4 + 2 + 5^* = 12 + 5^*$ Punkte]**

Wir betrachten zwei parallel, gerade, unendlich lange und dünne Drähte. Es sei d der Abstand zwischen ihnen. Gesehen von einem Inertialsystem $\mathcal{O}$ tragen beide Drähte homogene Linienladungen λ_i, $i = 1, 2$, gegeben als Ladung pro Länge, aber keinen Strom.

(a) Berechnen Sie die Gesamtkraft pro Länge, die ein Draht auf den anderen im Inertialsystem $\mathcal{O}$ ausübt.

(b) Ein zweites Inertialsystem $\mathcal{O}'$ bewege sich entlang der Drähte mit einer konstanten Relativgeschwindigkeit v bezüglich $\mathcal{O}$. In der Newton'schen Mechanik ist die Transformation zwischen beiden Bezugssystemen durch die Galilei-Transformation bestimmt. Welche Linienladungen λ_i' und Ströme I_i' werden in $\mathcal{O}'$ beobachtet?

(c) Berechnen Sie die Gesamtkraft pro Länge, die ein Draht auf den anderen im Inertialsystem $\mathcal{O}'$ ausübt.

(d) Vergleichen Sie die Gesamtkräfte in den beiden Bezugssystemen. Was können Sie daraus folgern? Wann wird der Unterschied vernachlässigbar?

(e*) *Zusatzaufgabe*: Korrekterweise muss man statt der Galilei-Transformation eine Lorentz-Transformation durchführen. Diese hat unter anderem den Effekt eine Längenkontraktion. Wie ändern sich dadurch die Linienladungsdichten λ_i' und die Ströme I_i' im Inertialsystem $\mathcal{O}'$, und was bedeutet das für den Vergleich der Gesamtkräfte in den beiden Bezugssystemen?

[H17] *Kompass* **[$5 + 3 + 2 = 10$ Punkte]**

Ein magnetisches Moment $\vec{M}$ befinde sich im Zentrum einer Kugel mit Radius R. Ein zweites magnetisches Moment $\vec{m}$ liege auf der Oberfläche der Kugel. Es kann um die Achse, die senkrecht zur Oberfläche der Kugel steht, frei rotieren.

(a) Zeigen Sie, dass die potentielle Energie eines magnetischen Moments $\vec{m}$ in einem langsam variierenden Magnetfeld $\vec{B}$ durch $E_{\text{pot}} = -\vec{m} \cdot \vec{B}$ gegeben ist.

(b) Bestimmen Sie die Richtung des Momentes $\vec{m}$ auf der Oberfläche der Kugel, wenn es sich im Gleichgewicht befindet. Begründen Sie auch die Annahme eines fast konstanten Magnetfeldes $\vec{B}$.

(c) Erklären Sie das Prinzip eines Magnetkompasses. Wenn das Erdmagnetfeld durch ein magnetisches Moment im Erdmittelpunkt erzeugt wird, wo befindet sich der Nordpol des magnetischen Moments?

[H18] *Computerübung: Solenoid* **[$5 + 5 = 10$ Punkte]**

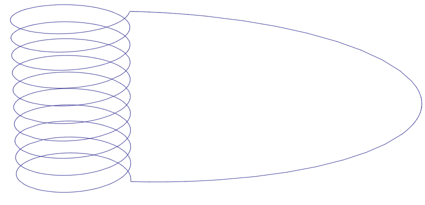
Aus den Maxwell-Gleichungen kann man die folgende Wegintegral-Darstellung des magnetischen Feldes herleiten, das durch stationäre Ströme in dünnen, leitenden Drähten $\mathcal{C}$ erzeugt wird:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu I}{4\pi} \int_{\mathcal{C}} \frac{\mathrm{d}\vec{r}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3},$$

wobei μ die Permeabilität und I der Strom ist. Dies ist das Biot-Savart-Gesetz.

(a) Beginnen Sie mit einer einzelnen leitenden Schleife. Beschreiben Sie den Integrationsweg als Kreis mit Radius $R = 1$ in der xy-Ebene durch eine parametrische Kurve, verwenden Sie `ParametricPlot3D`, um dies zu plotten. Verwenden Sie das Biot-Savart-Gesetz, um das Magentfeld außerhalb dieses eindimensionalen Leiters zu berechnen. Plotten Sie die Komponente B_z auf der Geraden $(x, 0, 0)$. Mit Hilfe von `VectorPlot` erhalten Sie einen Eindruck für das Feld z.B. in der xz-Ebene. Berechnen Sie die Feldlinie durch einen für Sie interessanten Punkt: Stellen Sie einen Satz von Differentialgleichungen für die Feldlinie auf, $\dot{\vec{r}}(\lambda) = \vec{B}(\vec{r}(\lambda))$, und lösen Sie dies numerisch mit `NDSolve`. Sie dürfen $\mu = 1$ und $I = 1$ setzen.

(b) Wiederholen Sie die Schritte aus (a) für einen Solenoiden aus zehn Schleifen (eine Helix), wobei die Spule durch irgendwelche Leiter außerhalb des Solenoiden geschlossen wird, so wie hier dargestellt. Hierbei ist es nicht wichtig, wie der Stromkreis geschlossen wird.



HINWEIS: Geben Sie auf Ihren Lösungen Name, Vorname. Matrikelnummer und Ihre Gruppe an!