VOLLSTÄNDIGE ELEKTRODYNAMIK

In der Vorlesung wurden die Grundlagen der vollständigen Theorie des elektromagnetischen Feldes formuliert. Die Vorhersage der Existenz elektromagnetischer Wellen im Vakuum ist einer der großen Triumphe dieser Theorie und der theoretischen Physik überhaupt.

[P25] *Wellengleichungen aus den Maxwell-Gleichungen*
Wir wollen die Wellengleichungen für die elektrische Feldstärke $\vec{E}$ und die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ aus den Maxwell-Gleichungen herleiten.

(a) Wie lauten die Maxwell-Gleichungen im ladungsfreien Vakuum?
(b) Zeigen Sie als Vorübung: $\nabla \times (\nabla \times \vec{V}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{V}) - (\nabla \cdot \nabla)\vec{V}$ für ein beliebiges Vektorfeld $\vec{V}$.
(c) Entkoppeln Sie die Maxwell-Gleichungen im Vakuum, indem Sie die Rotationen derjenigen Gleichungen betrachten, die die Rotationen der Felder $\vec{E}$ und $\vec{B}$ enthalten.
(d) Nutzen Sie die Formel aus (b), um nun die Wellengleichungen für $\vec{E}$ und $\vec{B}$ herzuleiten.

[P26] *Lorenz-Eichung*
Zeigen Sie durch direktes Nachrechnen, dass

$$\Phi(\vec{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \mathrm{d}^3r'\,\frac{\varrho\big(\vec{r}\,',t-\frac{1}{c}|\vec{r}-\vec{r}\,'|\big)}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} \quad \text{und}$$

$$\vec{A}(\vec{r},t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \mathrm{d}^3r'\,\frac{\vec{j}\big(\vec{r}\,',t-\frac{1}{c}|\vec{r}-\vec{r}\,'|\big)}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}$$

die Bedingung für die Lorenz-Eichung erfüllen, $\nabla \cdot \vec{A} + \frac{1}{c^2}\dot{\Phi} = 0$.