

---

---

ÜBERLAGERTE KREISBEWEGUNGEN, NEWTON-GLEICHUNGEN

Überlagerte Kreisbewegungen zeigen sehr schön ein wichtiges Prinzip in der Physik: oft lassen sich komplizierte Probleme als Summen aus einer Reihe einfacherer Probleme beschreiben, für die die Lösungen leicht berechnet werden können.

Die Newtonsche Bewegungsgleichung “Kraft gleich Masse mal Beschleunigung” ist der einfachste Typ einer sehr allgemeinen Form von Gleichungen, aus denen man die zeitliche Entwicklung eines physikalischen Systems, also insbesondere die Bahnkurven der Teilchen, berechnen kann.

**[P10]** *Überlagerte Kreise*

Gegeben sei eine Raumkurve  $\vec{r}(t) = R \begin{pmatrix} \cos \omega t - \sin^2 \omega t \\ \sin \omega t + \sin \omega t \cos \omega t \\ -\cos \omega t \end{pmatrix}$ .

- (a) Was ist das für eine Kurve?
- (b) Berechnen Sie  $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$  und daraus  $\vec{v}^2$ .
- (c) Vereinfachen Sie nun  $v^2$  soweit, dass Sie  $v_{\max}$  einfach ablesen können.

**[P11]** *Newtonsche Bewegungsgleichung*

Ein Teilchen gleite reibungsfrei entlang der  $x$ -Achse mit Geschwindigkeit  $v_0$ . Es erreicht zur Zeit  $t = 0$  den Ursprung. Ab dieser Zeit  $t = 0$  spürt es die Kraft  $F(t) = F_0 \sin \omega t$ .

- (a) Wie lautet die Bewegungsgleichung für  $t \geq 0$  und wie lauten die Anfangsbedingungen?
- (b) Suchen Sie einen Ansatz, um die Gleichung zu lösen.
- (c) Testen Sie Ihre Lösung an Hand der Dimension der einzelnen Terme.

**[P12]** *Noch eine Newtonsche Bewegungsgleichung*

Ein extrem vereinfachtes Modell für Reibung in einer Dimension führt zu der Gleichung  $m\dot{v} = -\alpha/v$ . Die Anfangsbedingung sei  $v(0) = v_0$ . Wie kann man die Bewegungsgleichung so umformulieren, dass sie schnell und ohne Ansatz lösbar wird?