

SPEZIELLE FUNKTIONEN

Bei den physikalischen Problemen, die relativ leicht lösbar sind, treten immer wieder die selben elementaren Funktionen auf. Einige davon sind ein wenig speziell, und es ist gut, ein wenig über diese speziellen Funktionen zu wissen.

[P19] *Exponentialfunktion und Logarithmus*

Wir wollen die Exponentialfunktion als Umkehrfunktion von $\ln(x)$ einführen. Wir wissen hoffentlich $\partial_x \ln(x) = 1/x$. Wie erhalten wir damit $\partial_x \exp(x)$?

[P20] *Umkehrfunktionen*

Drücken sie die Umkehrfunktion von $\sinh(x)$ mit Hilfe von $\ln(\dots)$ aus. Bestimmen Sie damit die Ableitung der Umkehrfunktion, $\partial_x \operatorname{Arsinh}(x)$.

[P21] *Asymptotisches Verhalten*

Geben Sie für die folgenden Funktionen das Verhalten für große $x \gg 1$ an:

$$\ln(1 + e^{-x}), \quad \ln(e^x + e^{-x}), \quad \frac{x}{\ln(\sinh(x))}.$$

[P22] *Elefanten*

Die Zahl N von Elefanten eines Nationalparks entwickle sich streng gemäß der Differentialgleichung $\dot{N} = \alpha N - \beta N^2$. Hierbei seien $\alpha, \beta > 0$ und zu $t = 0$ sei $N(0) = N_0$. Bestimmen Sie $N(t)$.