Mic$\hbar$ael Flohr
Andre Fischer

Geschwindigkeit ebener Wellen

13. November 2007

In der folgenden Übung wollen wir zeigen, dass Wahrscheinlichkeitsdichte und Wahrscheinlichkeitsstrom einer ebenen Welle klassischen Erwartungen genügen.

1. *Gruppengeschwindigkeit der ebenen Welle*: Anknüpfend an die vorletzte Präsenzübung, in der die ebenen Wellen eingeführt wurden, soll zunächste gezeigt werden, dass ebene Wellen der Form

$$\Psi(x,t) = A\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega t)}$$

Lösungen der freien zeitabhängigen Schrödingergleichung sind, wenn $\omega = \frac{\hbar k^2}{2m}$ ist. Machen Sie sich dazu nochmals klar, dass Energie-Erhaltung die Zeitabhängigkeit der Wahrscheinlichkeitsamplituden vollständig festlegt. Bestimmen Sie dann die zugehörige Wahrscheinlichkeitsdichte $\rho = |\Psi(x,t)|^2$ und die Wahrscheinlichkeitsstromdichte

$$J(x,t) = \frac{\hbar}{2m\mathrm{i}}\Big(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial x} - \psi\frac{\partial\psi^*}{\partial x}\Big)\,.$$

Faktorisieren Sie $J = \rho v$ und lesen Sie so die Gruppengeschwindigkeit $v$ der ebenen Welle ab. Interpretieren Sie Ihr Resultat.