

In der folgenden Übung behandeln wir das Problem eines klassischen Wasserstoffatoms, also der Bewegung eines leichten Teilchens um ein schweres, so wie die Bewegung eines Planeten um die Sonne.

1. *Reduzierte Masse*: Überlegen Sie, wie das Problem der Bewegung zweier (punktförmiger) Massen m_1, m_2 in einem Potential

$$V(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \frac{-e^2}{|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|}$$

in eine Bewegung des Schwerpunktes $\vec{R} = \frac{1}{2}(\vec{x}_1 + \vec{x}_2)$ und eine Relativbewegung zueinander, $\vec{r} = \vec{x}_1 - \vec{x}_2$, aufgespalten werden kann. Hierbei tritt die *reduzierte Masse* μ auf. Wie verhält sich μ für den Fall, dass eine Masse sehr viel größer als die andere ist?

2. *Energie*: Gehen Sie nun davon aus, dass die eine Masse sehr viel schwerer als die andere ist. Näherungsweise, kreist dann die leichtere Masse um die schwerere, wenn ein gebundenes System vorliegt. Zeigen Sie, dass die Gesamtenergie des Systems durch $E = \frac{1}{2}V(\vec{r}) = -\frac{1}{2}\frac{e^2}{r}$ gegeben ist.
3. *Allgemeine Bahnen*: Diskutieren Sie die allgemeine Lösung des Kepler-Problems qualitativ. Welche Arten von Bahnen gibt es, welche gehören zu gebundenen Systemem?