

---

---

In der folgenden Übung behandeln wir explizit die Konstruktion und das Verhalten eines verschränkten Zustandes. Verschränkte Zustände sind ein Mittel, die Nicht-Lokalität der Quantenmechanik zu demonstrieren.

1. *Spin-Singlet*: Wir betrachten zwei Elektronen, die durch einen Prozess gemeinsam so erzeugt werden, dass sie ein Spin-Singlet bilden. Dies ist ein Zustand, bei dem bei Messung einer Spinkomponente, z.B. der  $z$ -Komponente, immer für ein Elektron die entgegengesetzte Ausrichtung wie für das andere gemessen wird. Zeigen Sie explizit, dass der Zustand

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |\uparrow\rangle_1 \otimes |\downarrow\rangle_2 - |\downarrow\rangle_1 \otimes |\uparrow\rangle_2 \right)$$

unter  $\vec{S}^2$  den Gesamtspin null und unter  $S_z$  die Spin-Ausrichtung null hat. Beachten Sie hierzu, dass  $\vec{S} = \vec{S}_1 \otimes \mathbb{1} + \mathbb{1} \otimes \vec{S}_2$  ist.

2. *Identische Fermionen*: Elektronen sind ununterscheidbare Fermionen. Überlegen Sie, warum das Pauli-Prinzip für den Zustand zweier ununterscheidbarer Fermionen die Form

$$|e_1^-, e_2^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |e_1^-\rangle \otimes |e_2^-\rangle - |e_2^-\rangle \otimes |e_1^-\rangle \right)$$

nahelegt.

3. *Nochmal Spin-Singlet*: Die Wahl der Achse für die Spin-Komponente ist vollkommen willkürlich. Wir hätten also  $|\Psi\rangle$  also auch mit Eigenzuständen bezüglich der Messung des Spins in der  $x$ -Richtung definieren können. Zeigen Sie, dass dies in der Tat auf den selben Zustand führt, in dem Sie die Eigenzustände für die Spin-Komponente in  $x$ -Richtung in der Basis der Eigenzustände für die Spin-Komponente in  $z$ -Richtung ausdrücken.
4. *Einstein-Podolski-Rosen*: Überlegen Sie nun folgendes: Bei einem Experiment wird an einem der beiden Elektronen eine Messung seines Spins für eine beliebige Achse (z.B.  $z$ ) vorgenommen. Dies liefert zufällig einen von zwei möglichen Werten. Was weiß man nun darüber, was eine Messung am zweiten Elektron ergeben würde – und zwar einmal für den Fall, dass die selbe Achse gewählt wird, und einmal für den Fall, dass eine dazu senkrechte Achse (z.B.  $x$ ) gewählt wird.