Mic$\hbar$ael Flohr
Andre Fischer

Verschränkte Zustände

04. Dezember 2007

In der folgenden Übung behandeln wir die Eigenschaften eines verschränkten Zustandes. Verschränkte Zustände sind ein Mittel, die Nicht-Lokalität der Quantenmechanik zu demonstrieren.

1. *Spin-Singlet*: Wir betrachten zwei Elektronen, die durch einen Prozess gemeinsam so erzeugt werden, dass sie ein Spin-Singlet bilden. Dies ist ein Zustand, bei dem bei Messung einer Spinkomponente, z.B. der z-Komponente, immer für ein Elektron die entgegengesetze Ausrichtung wie für das andere gemessen wird. Zeigen Sie explizit, dass der Zustand

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\Big(|\uparrow\rangle_1 \otimes |\downarrow\rangle_2 - |\downarrow\rangle_1 \otimes |\uparrow\rangle_2\Big)$$

nicht in der Form

$$|\Psi\rangle = \Big(a_1|\uparrow\rangle_1 + a_2|\downarrow\rangle_1\Big) \otimes \Big(b_1|\uparrow\rangle_2 + b_2|\downarrow\rangle_2\Big)$$

geschrieben werden kann. Dieser Zustand faktorisiert also nicht.

2. *Verschränktheit*: Finden Sie explizit die spezielle Basis $|V_n\rangle$ von $\mathcal{H}_2$ und $|U_n\rangle$ von $\mathcal{H}_1$, $n = 1, 2$, die in der Hausübung VII::1::(c) eingeführt wurde. Bestimmen Sie auch die beiden Eigenwerte λ_n^2 der Abbildung $N^\dagger N$ aus VII::1::(b). Berechnen Sie damit das Maß der Verschränktheit,

$$S(|\Psi\rangle) = -\sum_{n=1}^{2} \lambda_n^2 \ln \lambda_n^2 \,.$$

Diese Aufgabe läuft darauf hinaus, die Schmidt-Zerlegung von $|\Psi\rangle$ vorzunehmen.