
ÜBERBLICK

Die Vorlesung THEORETISCHE PHYSIK III richtet sich an Studenten des fünften Fachsemesters und widmet sich der fortgeschrittenen Quantenmechanik. Im alten Kanon würde ihr am ehesten die Vorlesung QUANTENMECHANIK II entsprechen, die für das sechste Semester angeboten wurde. Die Voraussetzungen, mit denen die Vorlesung begonnen werden kann, sind mit dem neuen Kanon jedoch leicht verändert:

Im neuen Kanon beginnt die Ausbildung in theoretischer Physik mit einer vierstündigen Vorlesung im dritten Semester, in denen die Grundlagen der theoretischen Mechanik *und* der Elektrodynamik (vor allem Elektro- und Magnetostatik) behandelt werden. Im vierten Semester folgt eine sechsstündige Vorlesung, die vierstündig Quantenmechanik und zweistündig fortgeschrittene Elektrodynamik behandelt.

Meiner persönlichen Einschätzung nach bringt diese ansonsten sehr begrüßenswerte Straffung des Theoriestoffes ein paar Probleme mit sich, die bei der Planung der Vorlesung THEORETISCHE PHYSIK III berücksichtigt werden müssen. Da relativistische Quantenmechanik ein wichtiger Inhalt dieser Vorlesung ist, möchte ich folgendes potentiell Problem explizit erwähnen:

Die Kenntnisse in spezieller Relativitätstheorie sind nur oberflächlich vorhanden, da dieser Stoff in kurzer Zeit und nur unzureichend mit Übungen vertieft durchgenommen wurde. Das gleiche gilt für allgemeine Kenntnisse zu klassischen Feldtheorien. Beide Gebiete werden zwar in dem zweistündigen Elektrodynamik-Teil der Vorlesung THEORETISCHE PHYSIK II behandelt, doch besteht offenbar die Gefahr, dass viele, wenn nicht gar die meisten Studenten diesen Teil – und insbesondere die dazugehörigen Übungen – vernachlässigen da sie sich vor allem auf den Quantenmechanik-Teil konzentrieren. Diese Defizite führen dann bei der relativistischen Quantenmechanik zu Zeitverlusten.

Im Quantenmechanik-Teil wurden einige Punkte, die man üblicherweise in einer Vorlesung QUANTENMECHANIK I nach altem Schema erwarten würde, nicht behandelt, insbesondere die Drehimpulskopplung. Dafür wurde z.B. eindimensionale Streutheorie durchgenommen. Letzteres bringt aber leider keine Zeitersparnis, wenn dann die dreidimensionale Streutheorie an der Reihe ist.

Die von mir geschilderten Probleme sind nicht schwerwiegend, und ich habe den von mir ursprünglich vorgesehenen Stoff dennoch vollständig behandeln können. Der Idealfall wäre für mich, wenn die Behandlung des Drehimpulses schon vollständig abgeschlossen wäre. Dies würde gestatten, die Pfadintegral-Darstellung der Quantenmechanik noch zum Inhalt der Vorlesung THEORETISCHE PHYSIK III hinzuzunehmen.

Im folgenden gebe ich für die einzelnen Semesterwochen an, welcher Stoff durchgenommen wurde, aufgegliedert nach Vorlesung, Übungen und gegebenenfalls Handouts:

1. Allgemeiner Überblick und Einführung;

Darstellungstheorie der Drehgruppe: Addition von Drehimpulsen (Beispiele und formale Theorie); Die Clebsch-Gordan-Koeffizienten und ihre Eigenschaften; Ausreduktion von Tensorprodukten irreduzible Darstellungen; Rekursionsbeziehungen für Clebsch-Gordan-Koeffizienten; Clebsch-Gordan-Koeffizienten und Drehmatrizen sowie Clebsch-Gordan-Reihe; Schwingersches Oszillator-Modell des Drehimpulses;

▷ **HANDOUT**: Material zur Addition von Drehimpulsen.

Wiederholung: graphische Darstellung der Kopplung zweier irred. Darstellungen der Drehgruppe, Eulerwinkel;

Vertiefung: Rekursionsbeziehungen, explizite Formel für Matricelemente von Drehmatrizen;

▷ **ÜBUNGEN**: Explizite Addition von Drehimpulsen; Landau Niveaus; Allgemeine Formel für Clebsch-Gordan-Koeffizienten;

2. Tensor-Operatoren; Kartesische und irreduzible Tensoren; Matricelemente von Tensor-Operatoren und Wigner-Eckart-Theorem; Beweis, physikalische Bedeutung und Beispiele des Wigner-Eckart-Theorems; Auswahlregeln; Projektions-Theorem;

▷ **HANDOUT**: Nützliches zur Theorie des Drehimpulses.

Wiederholung: Definition und explizite Form der Kugelflächenfunktionen;

Vertiefung: Kugelflächenfunktionen und Drehmatrizen, Campbell-Baker-Hausdorff-Formel nebst geschlossener Formel von Dynkin;

▷ **ÜBUNGEN**: Wigner-Eckart-Theorem (Auswahlregeln, Projektionstheorem); Landé-Faktor; Spezialfall Zentralkraftfeld (Matricelemente, Multipolterme und Auswahlregeln); Quadrupolelement; Weitere Operatoren in dem Schwingerschen Oszillator-Modell des Drehimpulses;

3. Zeitabhängige Störungstheorie: Wechselwirkungsbild; Zeitentwicklungsoperator im Wechselwirkungsbild; Die Dyson-Reihe für zeitabhängige Potentiale/Wechselwirkungen; Störungstheorie; zeitgeordnetes Produkt; [Hinweis: Wegen Feiertag find in dieser Woche nur eine Vorlesung statt.]
- ▷ HANDOUT: Zum zeitgeordneten Produkt.
Vertiefung: Zeitgeordnetes Produkt; Zeitordnungsoperator; Dyson-Reihe;
 ▷ ÜBUNGEN: Zweizustandsproblem; Anregung eines Atoms durch Stoß mit einem schweren geladenen Teilchen;
4. Übergangs-Wahrscheinlichkeiten und -Breiten; Fermi's Goldene Regel für zeitlich konstante Störung; Diskussion der dabei auftretenden Delta-Distribution; Diskussion der Gültigkeit der Regel; Störungstheorie zweiter Ordnung bei zeitlich konstantem Potential; Harmonische Störung; Anwendung auf Absorption und stimulierte Emission; Wirkungsquerschnitt; Elektrischer-Dipol (E1) Näherung (Langwellenentwicklung);
- ▷ HANDOUT: Fermi's Goldene Regel.
Vertiefung: Ableitung von Fermi's Goldene Regel, Energiebreite, Gültigkeit der Regel, Delta-Distribution als Grenzwert einer Folge von Funktionen;
Wiederholung: Energie-Shift und Zerfallsbreite;
 ▷ ÜBUNGEN: Spontane Emission; Lebensdauer bei Dipolübergängen; Höhere Multipolterme;
5. Photoelektrischer Effekt; Abzählen der Streuzustände gegebener Energie in einem Raumwinkelement; Energie-Verschiebung (-Shift) und Zerfallsbreite; Beschreibung von instabilen Zuständen nach Wigner und Weisskopf; Streutheorie: Lippmann-Schwinger-Gleichung; Elastische Streuung und Resolvente; Vergleich mit Helmholtz-Gleichung und Greens-Funktionen; Spezialfall lokales Potential; Physikalische Bedeutung der Gleichung für räumlich beschränkte Potentiale; Auslaufende Kugelwellen; Streuamplituden; Differentieller Wirkungsquerschnitt;
- ▷ HANDOUT: Ergänzungen zur Streutheorie.
Vertiefung: Dichte der Endzustände; Beispiel ebener Wellen im Kasten; Beispiel Ausstoß eines K -Schalen Elektrons; Definition des Wirkungsquerschnittes; Beziehung zur Streuamplitude; Zusammenhang mit zeitabhängiger Störungstheorie;
 ▷ ÜBUNGEN: Bornsche Näherung (Ableitung und diverse Beispiele); Pion-Proton-Streuung; Streuung eines Elektrons an einem Wasserstoffatom;
6. Bornsche Näherung (Vertiefung); Allgemeine Eigenschaften und Gültigkeit der ersten Bornschen Näherung; Betrachtung für sehr kleine und sehr große Energien; Höhere Ordnungen der Bornschen Näherung und iterative Lösung der Lippmann-Schwinger-Gleichung; Interpretation im Wechselwirkungsbild mit Propagatoren und Wechselwirkungsvertices; Optisches Theorem; Partialwellen: Kugelwellen und Entwicklung in ebene Wellen; Partialwellenamplituden; Unitarität und Phasenverschiebung; Streuphasen; Interpretation der Streuphasen als Diagonal-Matrixelemente der Streumatrix; Argand-Diagramme und Diskussion physikalisch interessanter Fälle; Partieller Wirkungsquerschnitt; Bedingung für Maximalität und Resonanz;
- ▷ HANDOUT: Ergänzungen zur Partialwellenanalyse.
Wiederholung: Ebene Wellen und Kugelwellen; Kugelwellen in Ortsraumdarstellung;
Vertiefung: Radiale Schrödinger-Gleichung und Partialwellenanalyse; Freies Teilchen und Bessel-Funktionen; Lösung außerhalb des Potentials und sphärische Hankel-Funktionen;
 ▷ ÜBUNGEN: Entwicklung einer ebenen Welle nach Bessel-Funktionen; Partialwellenentwicklung (inklusive Diskussion von Streulänge sowie der Streuphasen bei repulsiven und attraktiven Potentialen); Streuung an einer harten Kugel; Resonanzstreuung an einer idealisierten Kugelschale;
7. Bestimmung der Phasenverschiebung der Partialwellen; Diskussion der Praxistauglichkeit der Partialwellenmethode für sphärisch symmetrische Potentiale; Analytische Eigenschaften der Streuphasen (Null-Energie-Streuung, Pole der Streuphasen und gebundene Zustände); komplexe k -Ebene; Vielteilchen-Systeme: Nicht relativistische Systeme identischer Teilchen; "zweite Quantisierung"; Permutationsgruppe und ihre eindimensionalen Darstellungen; Vollständig symmetrische und vollständig antisymmetrische Zustände; Besetzungszahl-Darstellung und Fockraum für Bosonen; Erzeuger- und Vernichter-Operatoren; Teilchenzahl-Operator; Allgemeine Ein- und Viel-Teilchen-Operatoren;
- ▷ HANDOUT: Mehr Mehrteilchensysteme.
Vertiefung: Permutations-Symmetrie und Young-Tableaux; Clebsch-Gordan-Reihe für $SU(n)$ und das Ausreduzieren von Tensorprodukten in irreduzible Darstellungen; Dimension der irreduziblen Darstellungen; Tensoren von $SO(3)$ statt $SU(2)$; $SU(3)$ und Farbladung der Quarks;
 ▷ ÜBUNGEN: Algebra der Fermionen-Operatoren; Niederenergetische Zustände eines wechselwirkenden Bose-gases; Hamilton-Operator des eindimensionalen Hubbard-Modells; Verteilungsfunktionen von Bosonen und Fermionen (Dichteoperator und Zustandssumme);

8. Besetzungszahl-Darstellung und Fockraum für Fermionen; Slater-Determinante; antikommutierende Erzeuger- und Vernichter-Operatoren; Ein- und Mehr-Teilchen-Operatoren; Expliziter Basiswechsel im Erzeuger-Vernichter-Formalismus; Feldoperatoren; Teilchendichte; Ein-Teilchen-Potential und Zwei-Teilchen-Wechselwirkung in Feldoperatoren ausgedrückt; Bewegungsgleichung und Kontinuitätsgleichung für Feldoperatoren (Feldgleichungen); Darstellung im Impulsraum; Dispersionsrelation; Impulserhaltung bei Wechselwirkungen; Graphische Darstellung von Wechselwirkungen; Dichte; Verallgemeinerung auf Teilchen mit Spin;
- ▷ ÜBUNGEN: Grundzüge der statistischen Physik (statistischer Operator bzw. Dichteoperator, Zustandssumme, chemisches Potential; Fugazität; großkanonisches Potential; Fermi-Energie); Bose-Einstein-Kondensation; Bardeen-Cooper-Schrieffer-Theorie; Squeezed States;
- ▷ HANDOUT: Auszug aus Gordon Baym: *Lectures on Quantum Mechanics*.
Vertiefung: Cooper-Paare (Ableitung einer anziehenden Kraft, die weit voneinander entfernte Elektronen korreliert, aus einfachen Annahmen);
9. Relativitätstheorie: Viererschreibweise; Lorentz-Gruppe und Minkowski-Raum als Konsequenz der Invarianz der Lichtgeschwindigkeit; Die vier Komponenten der Lorentz-Gruppe; Untergruppen der Lorentz-Gruppe; eigentliche orthochrone Lorentzgruppe und diskrete Lorentz-Transformationen; Poincaré-Gruppe; Poincaré-Algebra und unitäre Darstellungen; Klassifikation der Ein-Teilchen-Zustände bezüglich ihrer Transformationseigenschaften unter der Poincaré-Gruppe; Rückführung des Problems auf die kleine Gruppe und ihre Darstellungen; Erläuterung der Klassifikation; Normierung der Zustände; Detaillierte Betrachtung für massive Teilchen;
- ▷ ÜBUNGEN: Kontra- und Kovarianz; Kovariante Elektrodynamik; Relativistische Kinematik; Überlagerung der Lorentz-Gruppe; Drehimpulstensor; Plancksche Strahlungsformel;
10. Klein-Gordon-Gleichung: Relativistische Quantenmechanik Spinloser (skalärer) Teilchen; Problematik des naiven Ansatzes via des Bohrschen Korrespondenzprinzips (Verletzung der Kausalität); Ableitung der Klein-Gordon-Gleichung aus manifest lorentz-invariantem Skalarprodukt; Diskussion der Klein-Gordon-Gleichung; Problem der zeitlichen Ableitung zweiter Ordnung und der negativen Energien; Problem der nicht positiv definiten Wahrscheinlichkeitsdichte; Lösung der Probleme durch Einführung von Antiteilchen und des Freiheitsgrades einer Ladung; Minimale Kopplung und Konsistenz mit dem Ladungsfreiheitsgrad; Kontinuitätsgleichung und Interpretation von Dichte und Strom als Ladungsdichte und Ladungsstrom; Ladungskonjugation;
- Dirac-Gleichung: Ableiten der Dirac-Gleichung für Spin-1/2-Teilchen aus dem Transformationsverhalten eines Drehimpulsfreiheitsgrades unter der Lorentzgruppe (Spin als interner Drehimpuls); Einführen der zusätzlichen Komponenten des Drehimpulstensors und Ableiten der algebraischen Eigenschaften; Clifford-Algebra; Mögliche Darstellungen der Algebra; Konstruktion der kleinsten Darstellung; Konstruktion eines Lorentz-Vektors aus den zusätzlichen Komponenten des Drehimpulstensors; Konstruktion eines Lorentz-Skalars aus Viererimpuls und Lorentz-Vektor der γ -Matrizen; Herleiten der Dirac-Gleichung; Physikalische Interpretation;
- ▷ HANDOUT: Relativistische Quantenmechanik.
Vertiefung: Kleine Gruppe und induzierte Darstellungen; Klassifikation der Darstellungen der eigentlichen Poincaré-Gruppe; Normierung der Zustände und Boosts; Massive Teilchen und Spin; Masselose Teilchen, Helizität und Eichfreiheitsgrade;
Wiederholung: Relativistische Wellengleichungen (Klein-Gordon-Gleichung und Dirac-Gleichung); γ -Matrizen und Konstruktion von Lorentz-Tensoren;
- ▷ ÜBUNGEN: Weitere Darstellungen der Dirac-Gleichung; Die Weyl-Gleichung und masselose Fermionen; Pionisches Atom; Nicht-relativistischer Grenzfall der Dirac-Gleichung und Pauli-Gleichung;
11. Minimale Kopplung der Dirac-Gleichung an ein äußeres elektromagnetisches Feld; g -Faktor (gyromagnetisches Moment) des Elektrons direkt aus der Dirac-Gleichung; Wahrscheinlichkeitsdichte und -strom, sowie Kontinuitätsgleichung;
- Freie Lösungen relativistischer Wellengleichungen: Klein-Gordon-Gleichung als zwei Gleichungen erster Ordnung; Lösung der freien Klein-Gordon-Gleichung und Wellenpakete freier skalärer Teilchen; Problem der Lokalisierung und Lokalität; Klein-Paradox; Spin 1/2 Teilchen und Lösung der Dirac-Gleichung für freie Teilchen; Spinoren im Ruhesystem; Parität; Standarddarstellung; allgemeine Lösung durch Lorentztransformation;
- ▷ HANDOUT: Ergänzungen zu Klein-Gordon und Dirac.
Wiederholung: Das Klein-Paradox; Produktion von Zuständen negativer Energie durch Wechselwirkung; Detaillierte Diskussion des Beispiels einer Potentialschwelle und Versagen der Ein-Teilchen-Beschreibung der relativistischen Quantenmechanik;
Vertiefung: Nicht-relativistischer Limes der Dirac-Gleichung; Entwicklung der nächsten nicht-trivialen Ordnung; Interpretation der Korrekturterme; Darwin-Term; Spin-Bahn-Kopplung; Weitere Korrekturen;
- ▷ ÜBUNGEN: Dirac-Invarianten; Dirac-Gleichung im kugelsymmetrischen elektrischen Feld; Spektrum und Eigenfunktionen des relativistisch gerechneten Wasserstoffatoms;

- 12. Spin 1/2 Teilchen:** Adjungierter Spinor und lorentz-invariante Norm; Ströme; Positiv definite Wahrscheinlichkeitsdichte; Fundamentaler Unterschied zwischen Spin 0 und Spin 1/2: stabiler versus instabiler Grundzustand; Wellenpakete freier Fermionen; Problem der Lokalisierung und Lokalität; Ortsoperator und Klein-Paradox; Interpretation der α -Matrizen im Dirac-Strom als Geschwindigkeitsoperator; Physikalische Deutung der Dirac-Dichte und des Dirac-Stroms; Zerlegung in konvektive und interne Anteile; Separate Kontinuitätsgleichungen; Polarisation und magnetisches Moment aufgrund der Änderung des internen Zustandes des Teilchens; Schreibweise als antisymmetrischer Dirac-Tensor; Diskussion der Phänomene an einer ebenen Welle; Diracsche Lochtheorie und Problem des Grundzustandes; Dirac-See; Interpretation von Löchern; Lösungen negativer Energie und Antiteilchen; Interpretation von Prozessen wie Absorption, Emission und Paarerzeugung; Diskussion der unbefriedigenden Asymmetrie der Lochtheorie; Spinoren und diskrete Lorentztransformationen sowie Ladungskonjugation;
- ▷ HANDOUT: Gamma-itis.
Vertiefung: Kovarianz der Dirac-Gleichung; Transformationsverhalten von Spinoren und Konstruktion der Spinor-Darstellung der eigentlichen Lorentz-Gruppe; Konstruktion der Spinor-Darstellung der diskreten Lorentz-Transformationen und der Ladungskonjugation; Helizität und γ^5 ; Projektionsoperatoren für Energie und Polarisation;
Wiederholung: Standarddarstellung und alternative (chirale und Majorana) Darstellungen;
- ▷ ÜBUNGEN: Mott-Streuung (äußeres Feld in niedrigster Ordnung Störungstheorie, inklusive Herleitung von Übergangsmatrixelement und differentiellm Wirkungsquerschnitt); Paarbildung (in ähnlicher Weise);
- 13. Quantisierung relativistischer Felder:** Lineare Kette gekoppelter Oszillatoren; Diagonalisierung in Erzeuger- und Vernichter-Operatoren im Impulsraum; Kontinuumsliches zur schwingenden Saite bzw. der Klein-Gordon-Gleichung; Verallgemeinerung auf $3 + 1$ Dimensionen; Kanonische Vertauschungsrelationen; Feldoperatoren und Zerlegung in positive und negative Frequenzanteile; Grenzfall unendlichen Volumens; Reelles Klein-Gordon-Feld; Lagrange-Dichte und Hamilton-Operator; Normalordnung; Fockraum; Propagatoren; Vakuum-Erwartungswerte und zeitgeordnetes Produkt; Quantisierung des Dirac-Feldes; Lagrange-Dichte und Hamilton-Operator; Diskussion der Uneindeutigkeit der Lagrange-Dichte und des Falles nicht-reelle Lagrange-Dichten; Unmöglichkeit kanonischer Vertauschungsrelationen; Kanonische Antivertauschungsrelationen; Normalordnung; Fockraum; Grenzfall unendlichen Volumens;
- ▷ HANDOUT: Erste Schritte in der QFT.
Vertiefung: Das komplexe Klein-Gordon-Feld (Lagrange-Dichte, Ladung, Kanonische Quantisierung); Das elektromagnetische Feld (Lagrange-Dichte, Quantisierung, Propagator, Problem mit der Eichinvarianz, transversale Photonen, kovariante Quantisierung und Gupta-Bleuler Bedingung, Feynmann-Propagator);
 ▷ ÜBUNGEN: Die Lamb-Verschiebung (Lamb shift) inklusive einer ersten, qualitativen, Behandlung von Massen- und Ladungsrenormierung;
- 14. Propagatoren von Spin 1/2 Teilchen;** Analytische Eigenschaften von Propagatoren und Lokalität; Vakuum-Erwartungswerte und zeitgeordnetes Produkt;
Wechselwirkende Felder: Beispiele (Selbstwechselwirkung, ϕ^4 , QED); Wechselwirkungsbild und Störungstheorie; Struktur der Lagrange-Dichte der Wechselwirkung (keine Ableitungen); Erhalt der kanonischen Gleichzeitigkeits-Kommutatoren auch im Wechselwirkungsbild; Vakuum-Erwartungswerte und zeitgeordnete Produkte; Definition der S -Matrix und Asymptotik des Zeitentwicklungsoperators; Problematik der Nichtexistenz freier bzw. nackter Zustände; Adiabaten-Hypothese; Formale Beschreibung einfacher Übergänge der QED und Korrespondenz von Feynmann-Graphen von Vertices zur Wechselwirkungs-Hamilton-Dichte;
- ▷ KLAUSUR: Drehimpulsaddition; Wigner-Eckart-Theorem; Hyperfeinstruktur; Streutheorie; Einfache Konzepte der Vielteilchentheorie; Quantenstatistik (Fermion in konstantem magnetischen Feld); Diverse Fragen zur relativistischen Quantenmechanik (inklusive Lorentz-Invarianz der Klein-Gordon-Gleichung, Pauli-Gleichung, Paritätsoperator in der Dirac-Gleichung, relativistisches Spektrum des Wasserstoffatoms); Eichinvarianz der Dirac-Gleichung; Elektron im konstanten Magnetfeld und Landauniveaux;
- 15. Wicksches Theorem;** Kontraktionen; Beispiele und graphische Deutung; Grundzustand im Wechselwirkungsbild; Kürzen der Vakuum-Diagramme; Feynmann-Regeln der ϕ^4 -Theorie; Symmetriefaktoren von Graphen und Kombinatorik; Feynmann-Regeln der QED; Beispiel Mott-Streuung; Beispiel Elektron-Elektron-Streuung;
- ▷ HANDOUT: Mehr Schritte in der QFT.
Wiederholung: Kontraktionen und ihre Eigenschaften; Wicksches Theorem mit Beweis; Feynmann-Regeln der Quantenelektrodynamik;
Vertiefung: Spurtheoreme für γ -Matrizen; Kontraktionsidentitäten für γ -Matrizen; Detaillierte Ausarbeitung des Beispiels der Elektron-Elektron Streuung (vom Graphen zur Møller-Formel);