

# SLINGSHOT UND ORBITWECHSEL

von

Timo Hoppe & Florian Wicke

\* Himmelsdynamik

\* Orbitwechsel

→ Allgemeines

→ Transferarten

→ spezielle Manöver

\* Slingshots

→ Geschichte und Nutzen

→ Mathematische Beschreibung

→ Grenzen und Anwendungen

\* Quellen

# Inhaltsverzeichnis

\*Erinnerung:

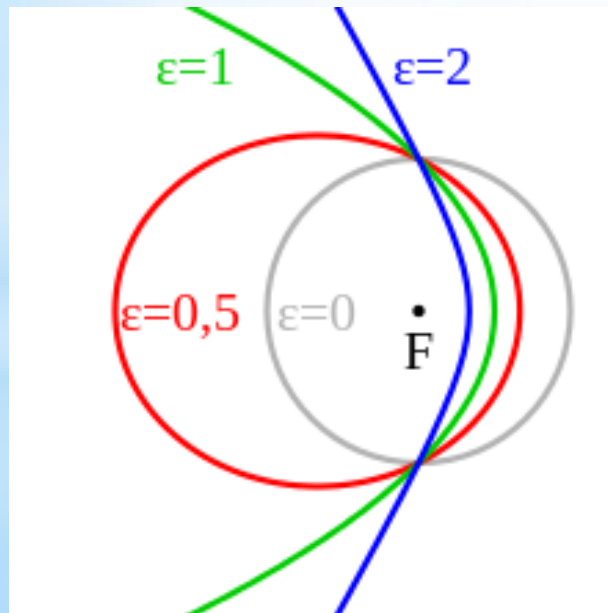
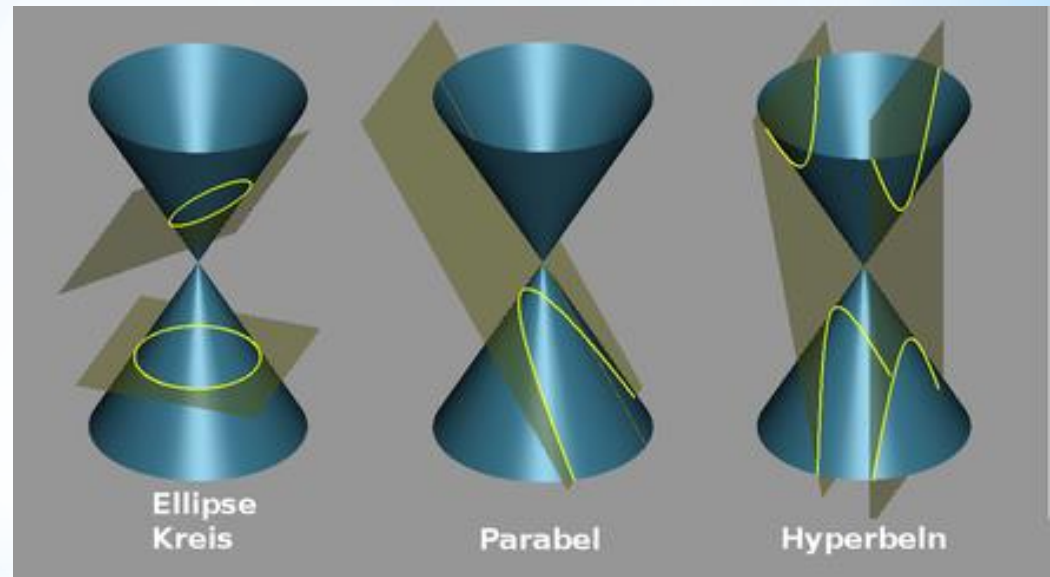
$$r(\theta) = \frac{h^2/GM}{1 + \epsilon \cos \theta}, \quad \epsilon = \sqrt{1 + \frac{2\mathcal{E}h^2}{G^2M^2}}$$

$\Rightarrow \epsilon > 1 \rightarrow$  Hyperbel

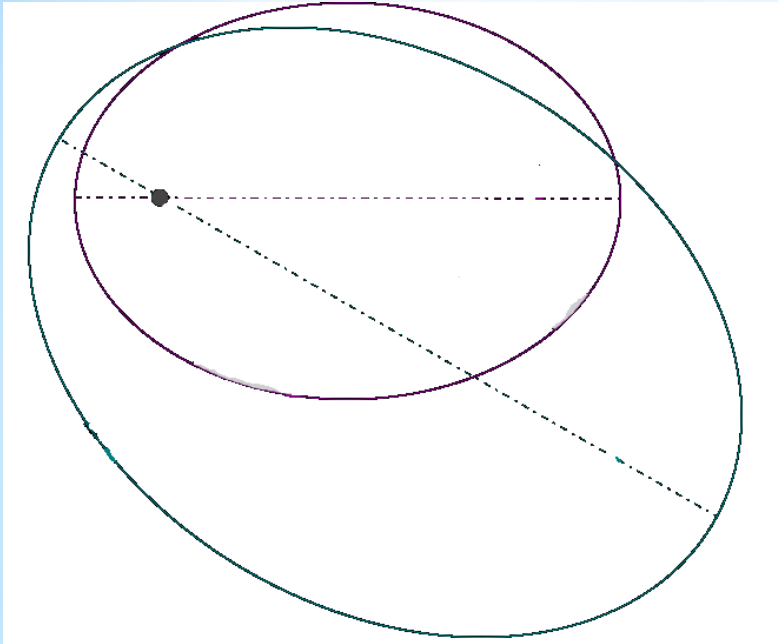
$\epsilon = 1 \rightarrow$  Parabel

$\epsilon < 1 \rightarrow$  Ellipse

$\epsilon = 0 \rightarrow$  Kreis



# Himmelsdynamik



\* Änderung des Orbits

→ realisiert durch  $\Delta \vec{v}$

\* Zeit klein gegen Umlaufzeit

\* Transfer an Schnittpunkt zweier Orbits

# Orbitwechsel

\* keine Schnittpunkte?  
→ Transferorbits notwendig!

\* betrachte nur Kreisbahnen

\*  $\Delta \vec{v}_A$  parallel  $\vec{v}_A \Rightarrow r_A < r_B$

$\Delta \vec{v}_A$  antiparallel  $\vec{v}_A \Rightarrow r_A > r_B$

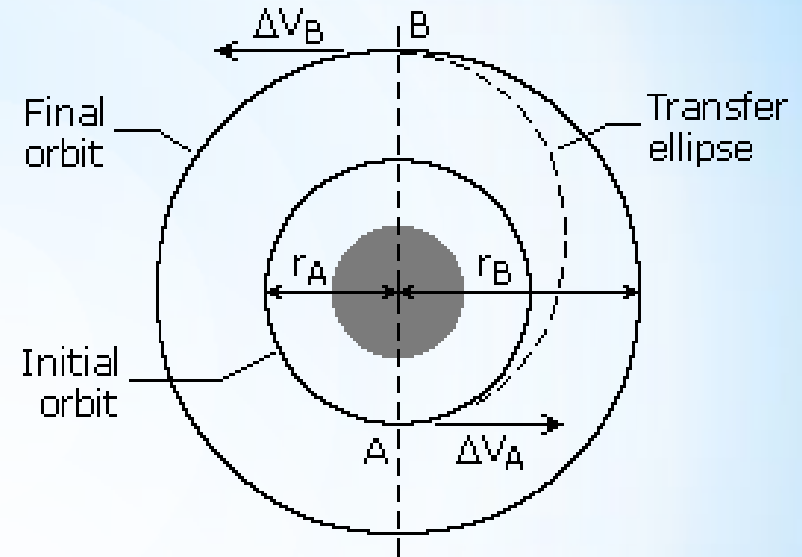
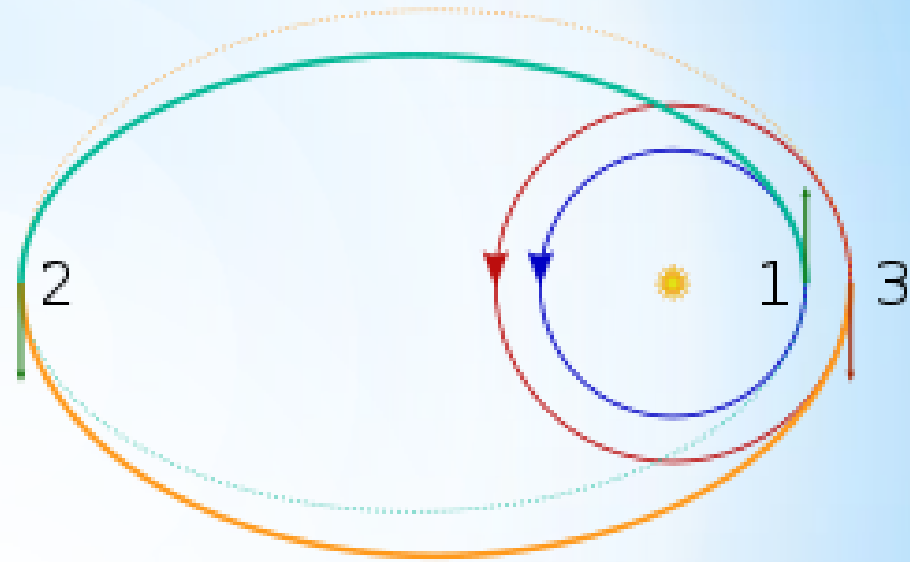


Figure 4.11

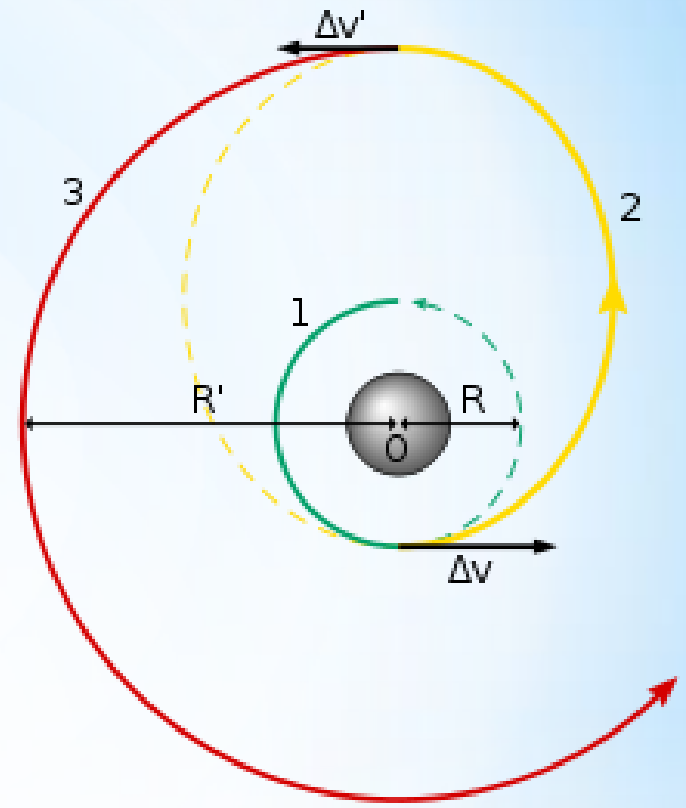
# Transferbahnen

- \* Wechsel zw. zirkularen Orbits
- \* zwei elliptische Transferorbits  
→ benötigt drei Schübe (1, 2 & 3)
- \* tangentielle Annäherung



# Bi-elliptischer Transfer

- \* nur ein Transferorbit
- \* für  $R' < 11.94 R$  energetisch günstiger
- \* kürzere Strecken  
→ kürzere Transferdauer



# Hohmann-Transfer

\* Geschwindigkeit:

$$v^2 = GM \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

\* Umlaufzeit:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{a}{GM}}$

\* Zahlenbeispiel:

$$R = 6700 \text{ km}, R' = 507688 \text{ km}$$

	Hohmann	Bi-elliptisch
$\Delta v$	$4133 \frac{m}{s}$	$4092 \frac{m}{s}$
$\Delta t$	15h 34min	4.5a

# Vergleich



- \* kürzerer Transfer
  - größerer Energiebedarf
  - größerer Treibstoffverbrauch

- \* unendlich viele Transferorbits
  - optimiere nach Winkel/Zeit

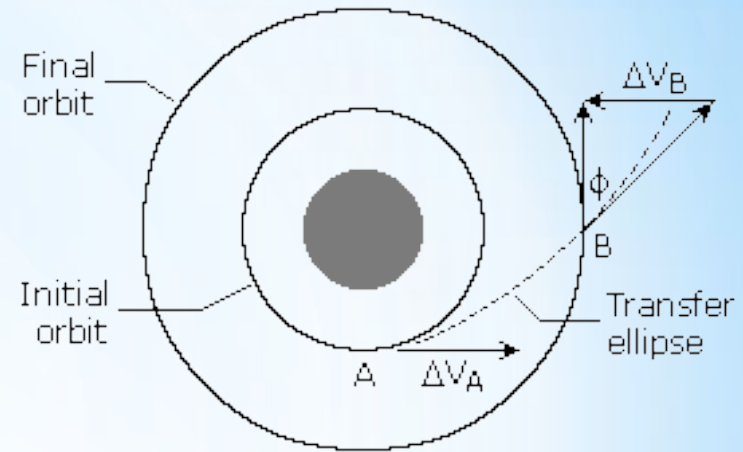


Figure 4.12

# One-Tangent-Burn

- \* bisher: Änderung der Größe
- \* nun: Änderung der Inklination

- \*  $v_i = v_f$  („simple“)

- \*  $\Delta v = 2v_i \sin \frac{\theta}{2}$

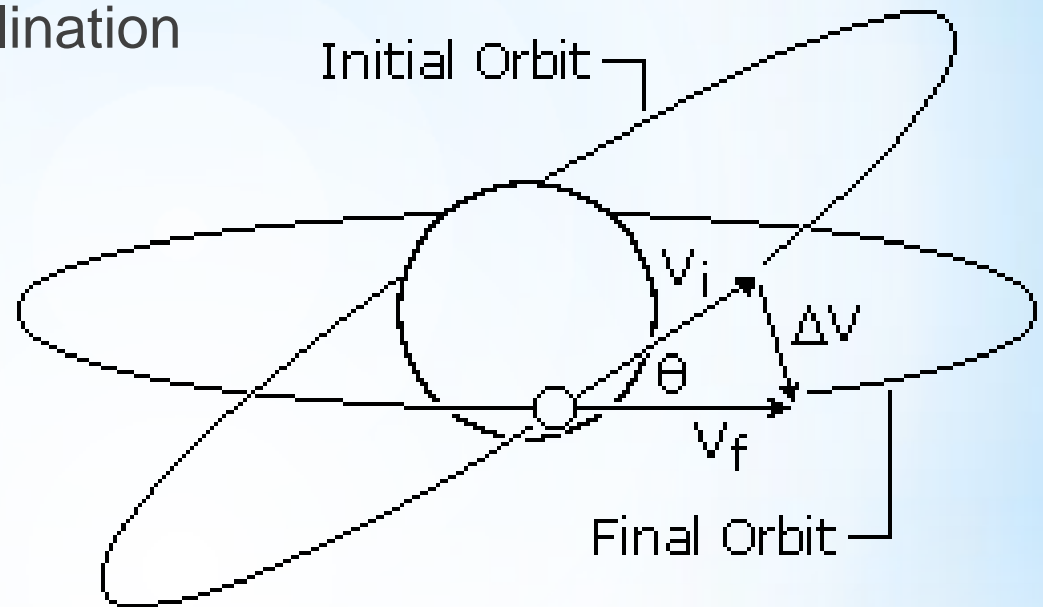


Figure 4.13

# Simple Plane Change

\*plane change:

$v_i \neq v_f$  möglich

$$\Delta v = \sqrt{v_i^2 + v_f^2 - 2v_i v_f \cos \theta}$$

Änderung der Größe

\*bei Ellipsen:

→ Prinzip gleich

→ Rechnung komplizierter

Transferbeginn Apoapsis

# Verallgemeinerung

# Internationale Raumstation (ISS) - Mittlere Höhe in km



\* Slingshot oder auch Swing-by, Gravity-Assist

\* Yuri Kondratyuk 1918/1919

\* Michael Minovitch 1961

\* Beschleunigung und Ablenkung von  
Raumobjekten durch Gravitationsfelder

→ verringerter Treibstoffverbrauch

→ Änderungen der Flugbahn

# Was ist ein Slingshot?

- \* Resultat der newtonschen Mechanik
- \* Energie- und Impulserhaltung
- \* stark vereinfacht

→ Annahmen:

- \* 2 Körperproblem
- \* Planet = Punktmasse mit konstantem  $\vec{v}$
- \* Massenverhältnis vernachlässigbar klein

# Mathematische Beschreibung

$M$  = Planetenmasse,  $m$  = Vehikelmasse,  
 $i$  = initial,  $f$  = final

$$* m\vec{v}_i + M\vec{V}_i = m\vec{v}_f + M\vec{V}_f$$

$$* \vec{V}_f - \vec{V}_i = \frac{m}{M} (\vec{v}_i - \vec{v}_f) \approx 0, \text{ da } m \ll M$$

$$\Rightarrow \vec{V} := \vec{V}_f = \vec{V}_i$$

**\* Impulserhaltung**

\* betrachte Relativgeschwindigkeiten

$$\vec{u}_{i,f} = \vec{v}_{i,f} - \vec{V}$$

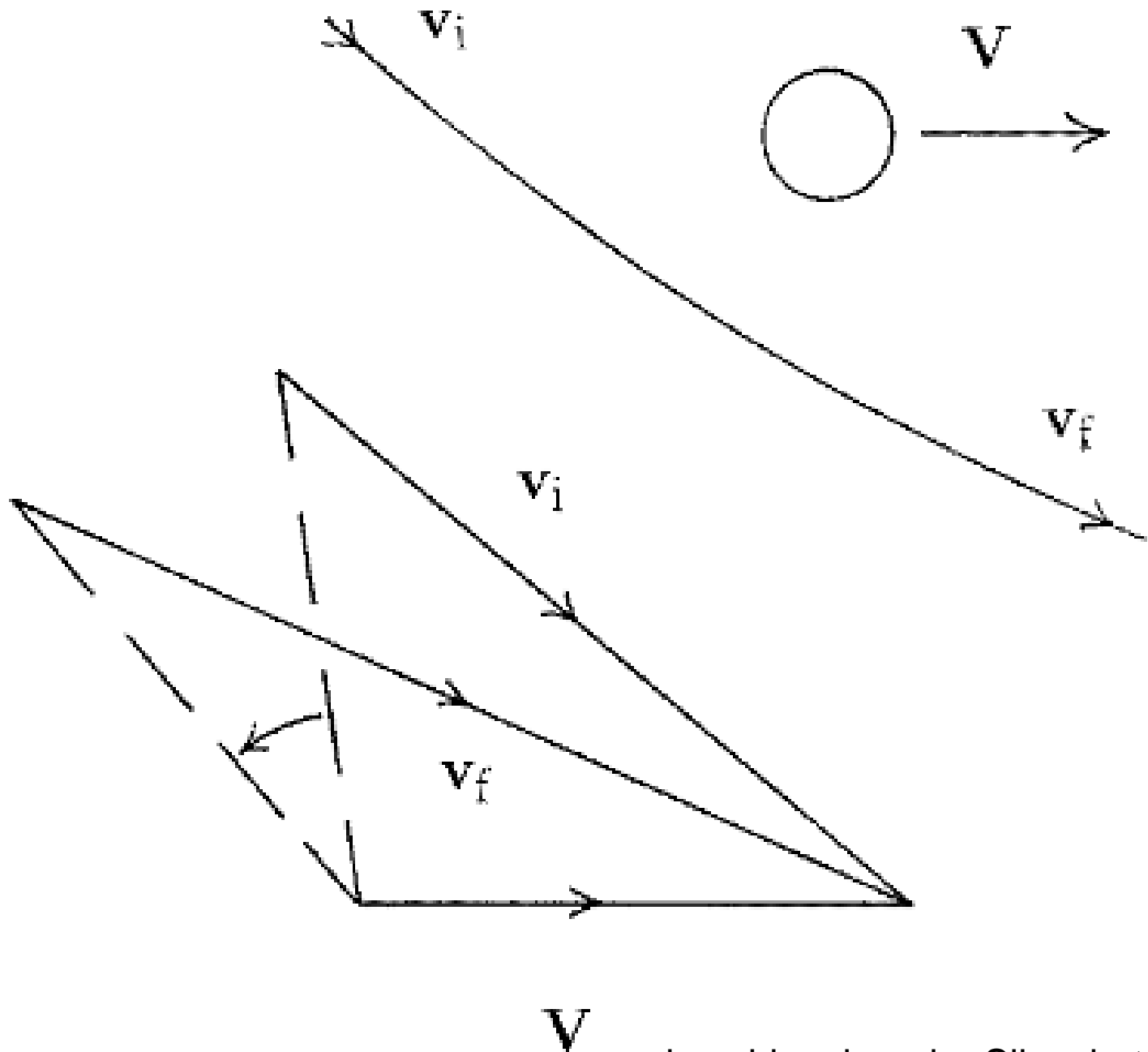
\* wegen Energieerhaltung

$$|\vec{u}_i| = |\vec{u}_f|$$

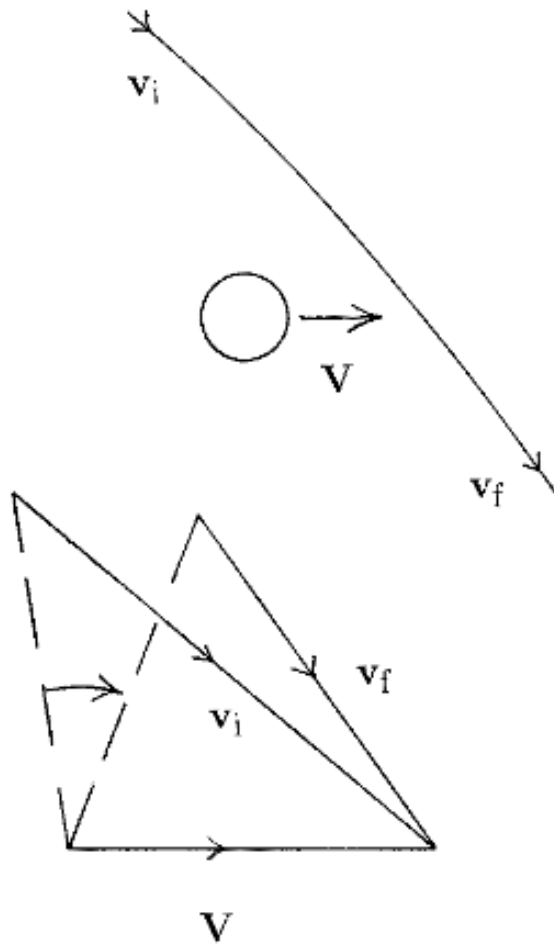
⇒ absolut maximale Geschwindigkeitsaufnahme  $2|\vec{V}|$

**\* Energieerhaltung**





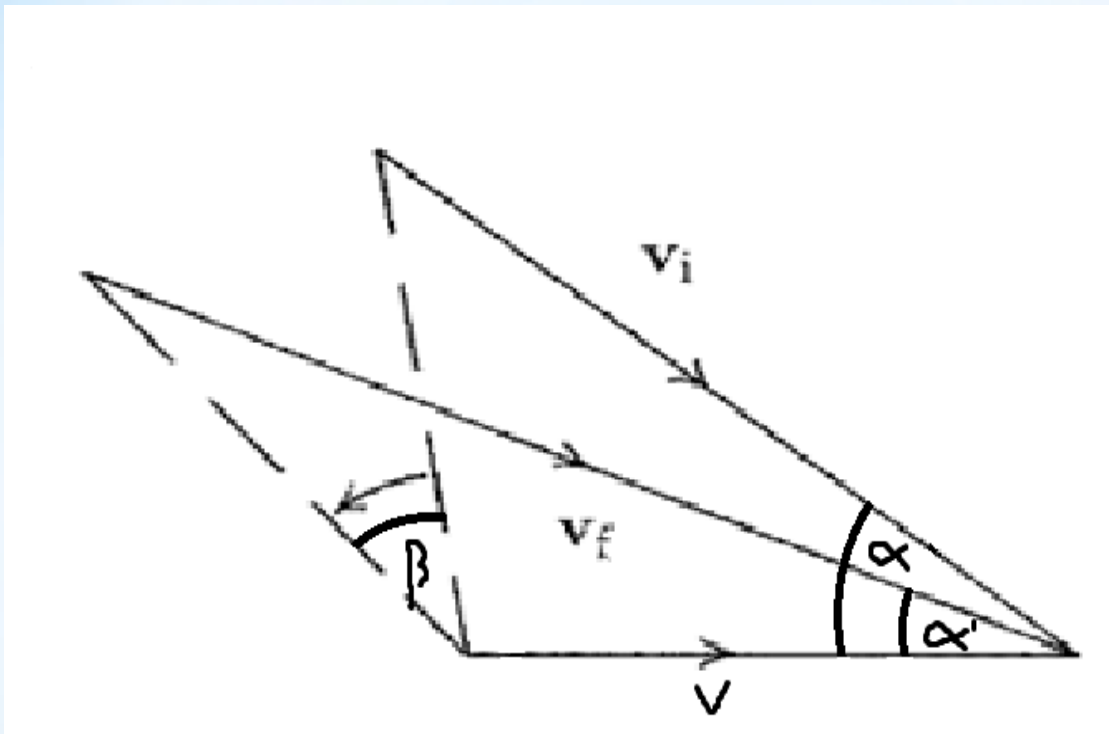
beschleunigender Slingshot



abbremsender Slingshot

- \* auch Slingshots mit  $|\vec{v}_f| < |\vec{v}_i|$  existieren
- \* abbremsende Wirkung
- \* abhängig vom Drehwinkel

\* **Energieerhaltung**



$$v_f \cos \alpha' = V (1 - \cos \beta) + v_i \cos(\alpha - \beta)$$

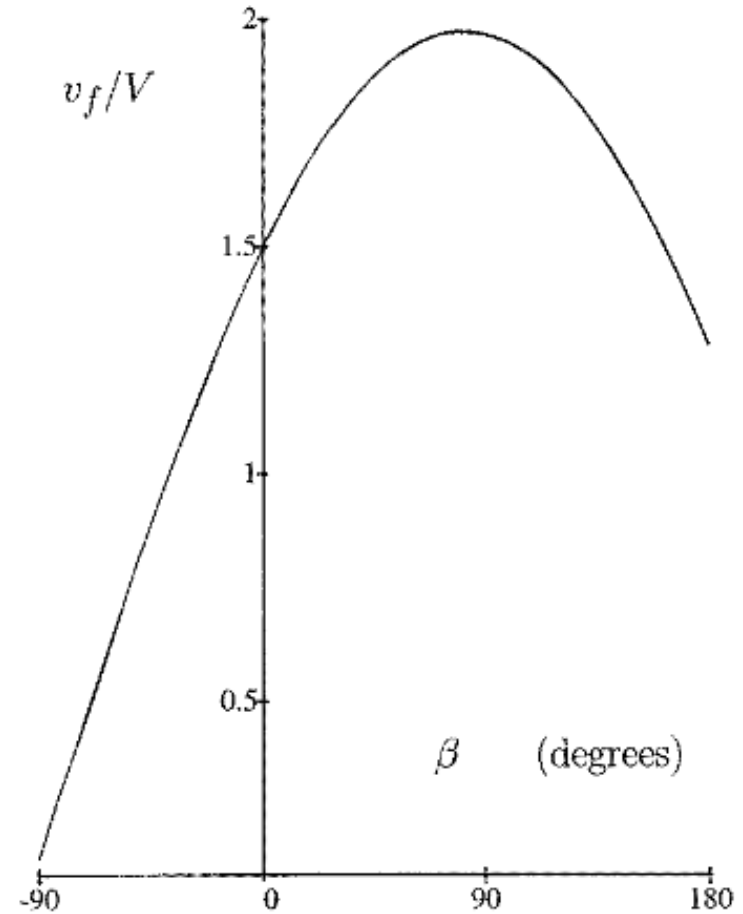
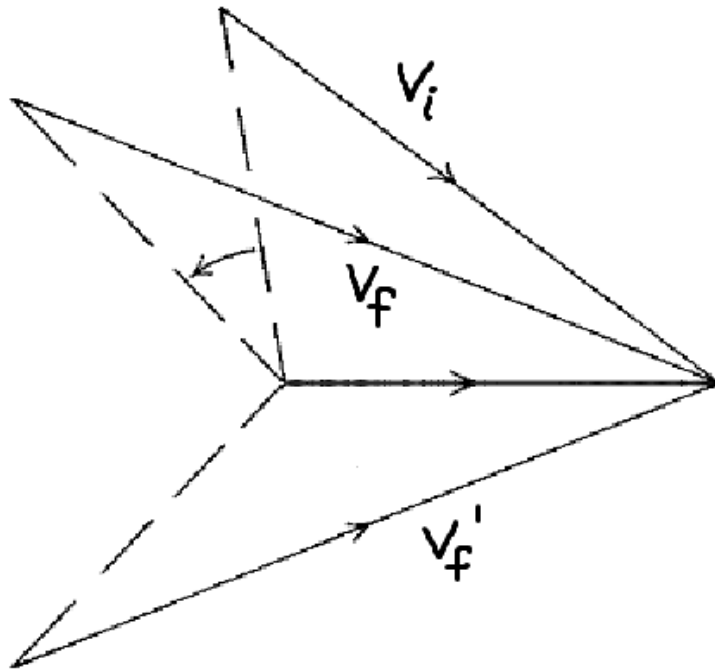
$$v_f \sin \alpha' = V \sin \beta + v_i \sin(\alpha - \beta)$$

$$\Rightarrow v_f^2 = v_i^2 + 2 V [V (1 - \cos \beta) + v_i (\cos(\alpha - \beta) - \cos \alpha)]$$

maximaler Boost bei:

$$\tan \beta_{max} = \frac{v_i \sin \alpha}{v_i \cos \alpha - V}$$

je 2 Winkel liefern selben Boost!



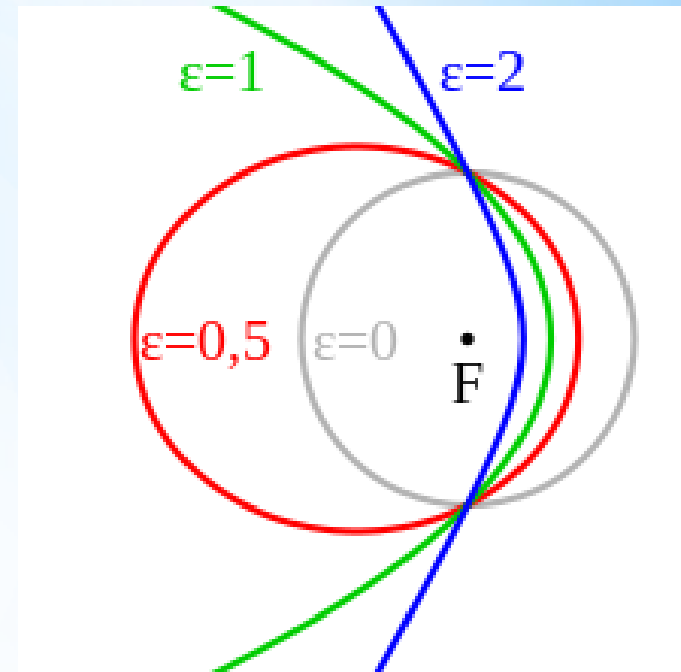
\* Kinematik

\* Slingshot → ungebundene Keplerbahn

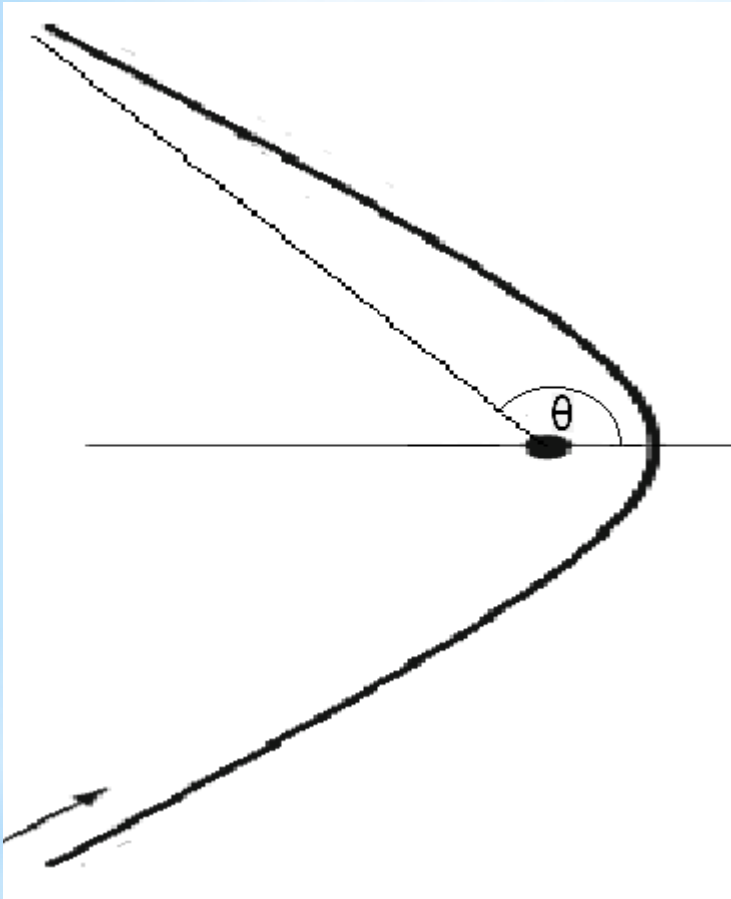
\* Erinnerung:

$$r(\theta) = \frac{h^2/GM}{1 + \epsilon \cos \theta}, \quad \epsilon = \sqrt{1 + \frac{2\mathcal{E}h^2}{G^2M^2}}$$

⇒  $\mathcal{E} > 0$  ;  $\epsilon > 1$  für hyperbolische Orbits



\* **Dynamik**



\* für  $r \rightarrow \infty : \theta \rightarrow \pm \arccos(-1/\epsilon)$   
 $\Rightarrow \beta = 2 \arccos(-1/\epsilon) - \pi$

\*  $\beta$  hängt von  $\theta$  ab:

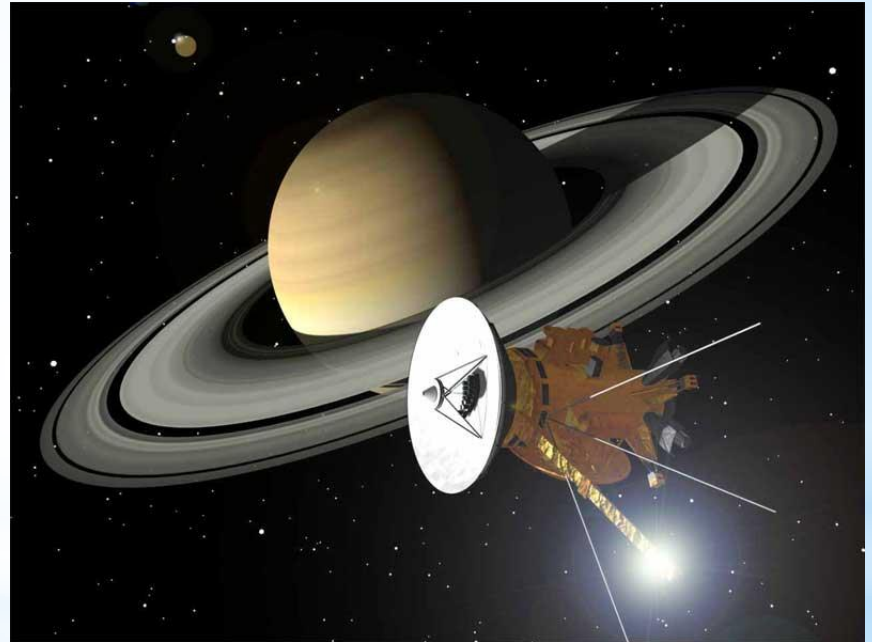
$$\Rightarrow \beta(r_{min}), \quad r_{min} = \frac{h^2/GM}{1+\epsilon}$$

\* **Dynamik**

- \* Planet  $\rightarrow$  nicht verschwindender Radius  $R$   
 $\Rightarrow$  Zusatzbedingung  $r_{min} > R$
- \*  $\vec{V}$  in Wirklichkeit nicht konstant
- \* äußere Gravitationsfelder unberücksichtigt (vor allem Sonne)
- \* trotzdem genauere Berechnungen zur Planung von NASA-Missionen

# Grenzen des Modells

- \* Raumsonden-Mission der NASA
- \* 1997 Start – 2004 Umlaufbahn Saturn
- \* Startgeschwindigkeit:  $4 \frac{km}{s}$
- \* vier Slingshots auf dem Weg zum Saturn
  - Venus:  $7 \frac{km}{s}$  Schub
  - Venus
  - Erde:  $5,5 \frac{km}{s}$  Schub
  - Jupiter:  $2 \frac{km}{s}$  Schub



# Cassini - Huygens



VENUS 1 FLYBY  
26 APR 1998

VENUS 2 FLYBY  
24 JUN 1999

VENUS  
TARGETING  
MANEUVER  
3 DEC 1998

LAUNCH  
15 OCT 1997

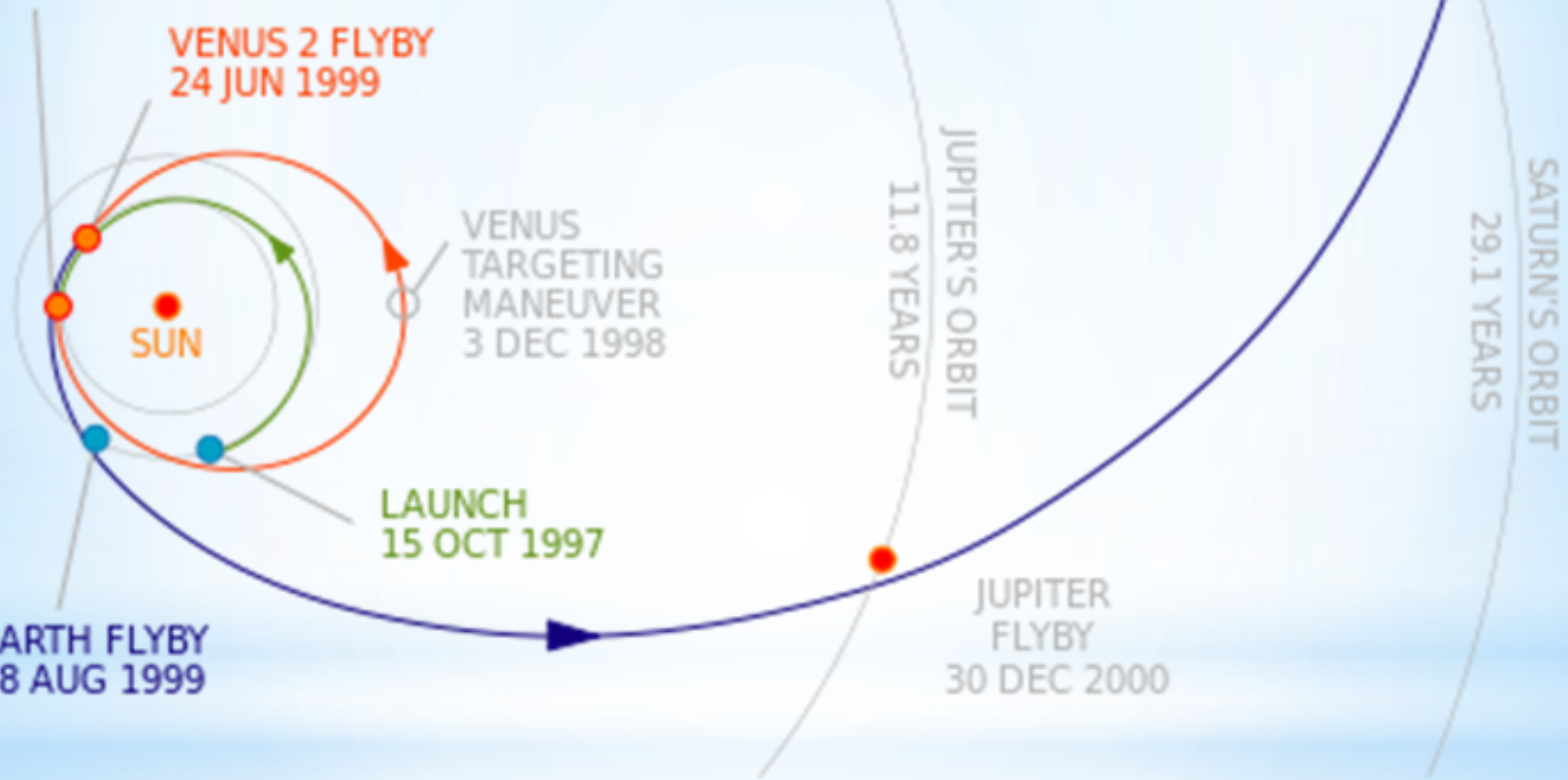
EARTH FLYBY  
18 AUG 1999

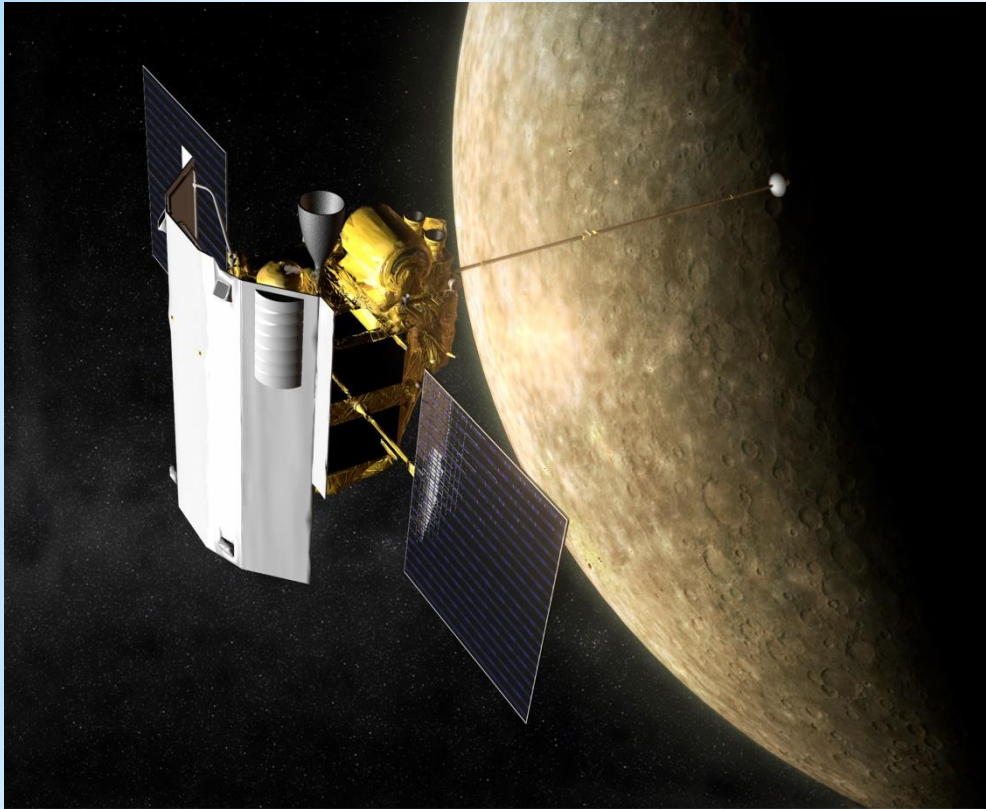
SATURN ORBIT INSERTION  
1 JUL 2004

JUPITER'S ORBIT  
11.8 YEARS

JUPITER  
FLYBY  
30 DEC 2000

SATURN'S ORBIT  
29.1 YEARS





- \* Mission zum Merkur
- \* Start 03.08.2004
- \* Beschleunigung durch Sonne
- \* Bremsmanöver durch Slingshots

# Messenger

\* Erkundung äußerer Planeten

\* Start 20.08.1977 bis 2025

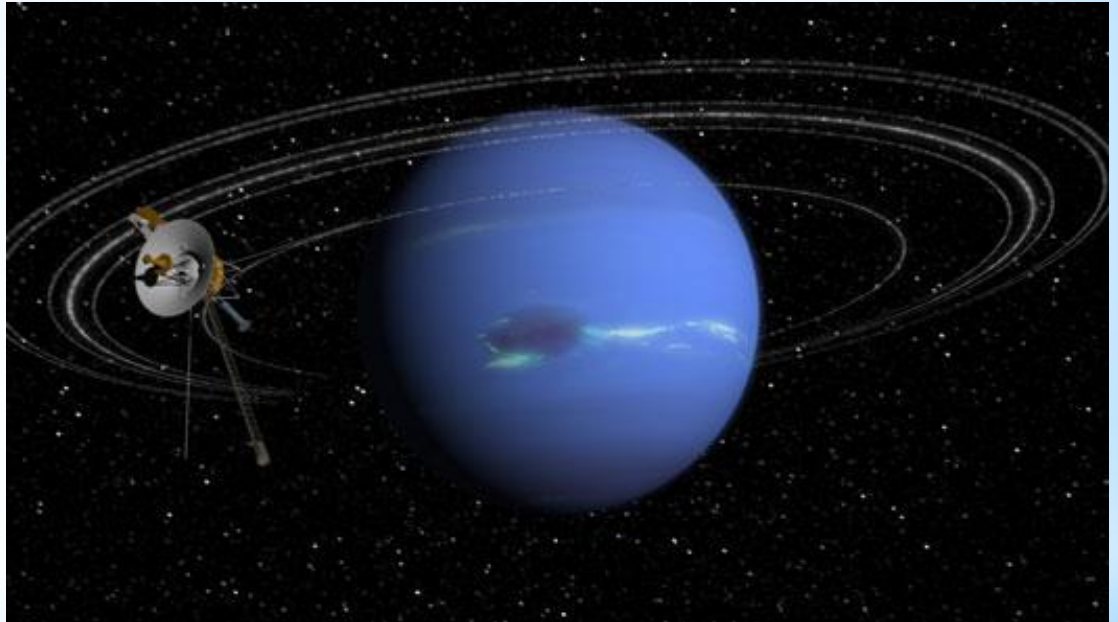
\* Slingshots

→ Jupiter 1979

→ Saturn 1981

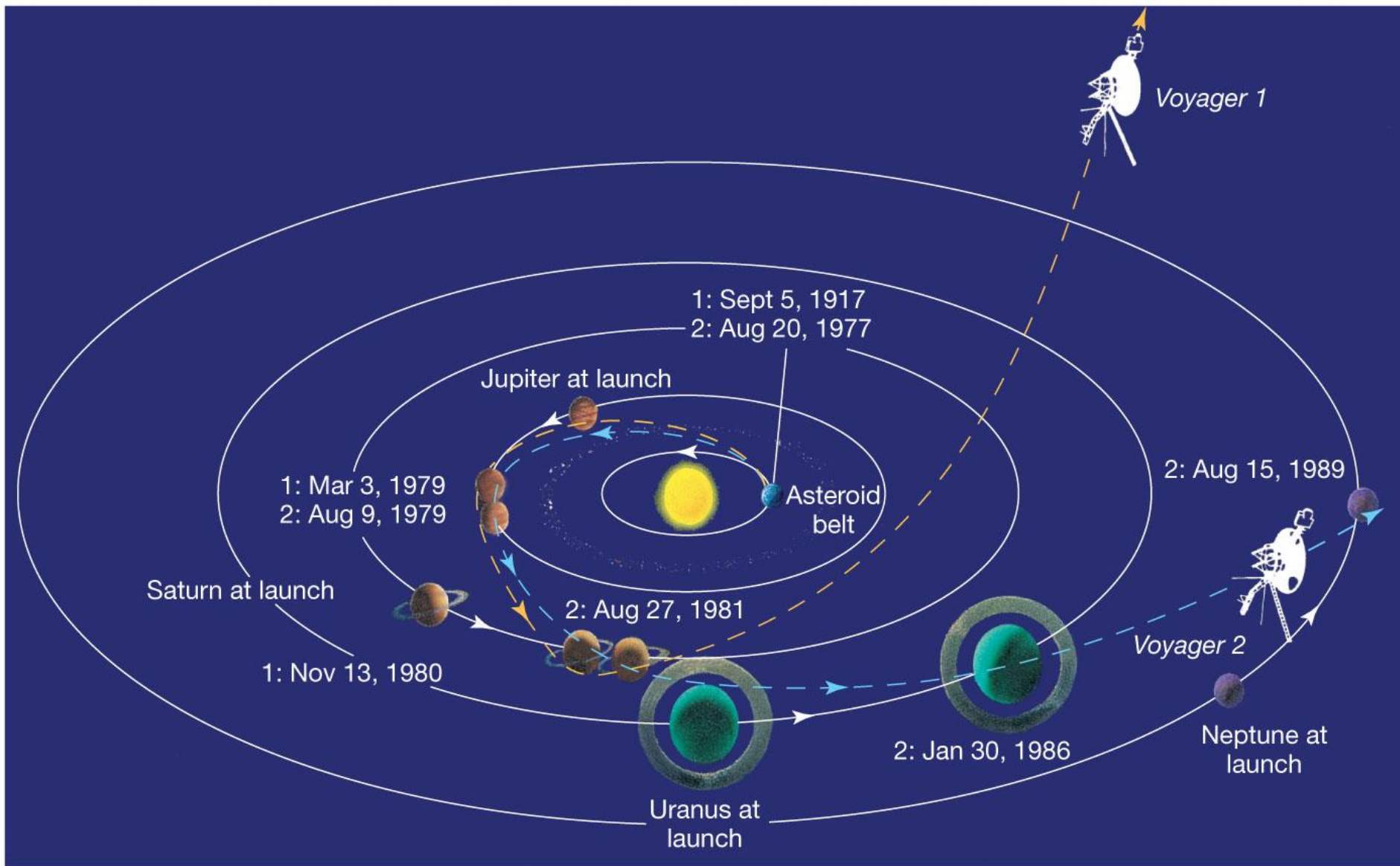
→ Uranus 1986

→ Neptun 1989

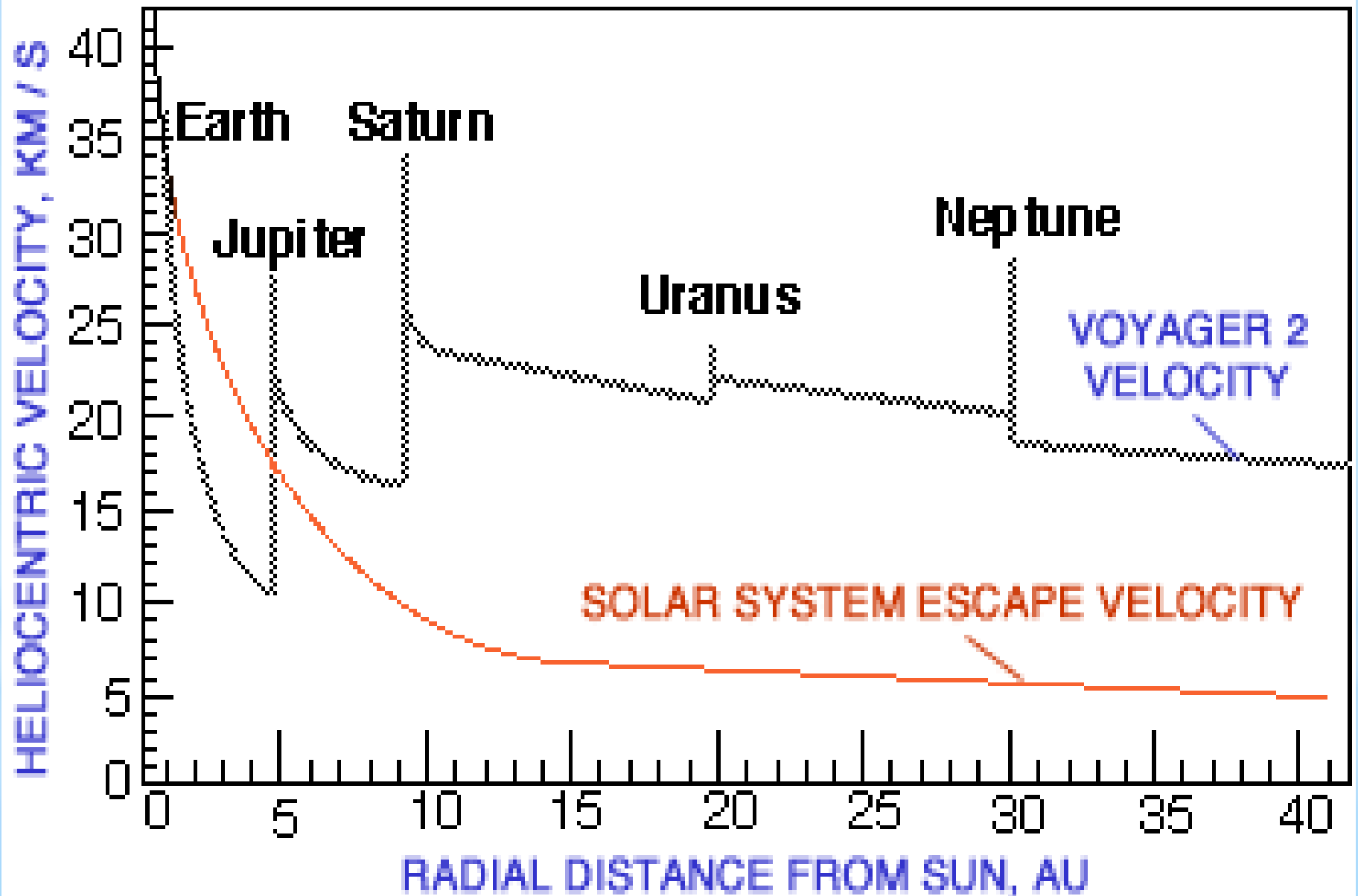


# Voyager 2

# Die Voyagermissionen



# Reise von Voyager 2



*„Their mission of discovery  
and exploration complete, the  
two crafts will sail on  
forever.“*

<http://www.braeunig.us/space/orbmech.htm#maneuver>  
<http://www2.jpl.nasa.gov/basics/bsf4-1.php>  
<http://www.heavens-above.com/issheight.aspx?lat=0&lng=0&alt=0&loc=Unspecified&TZ=CET>  
[https://www.youtube.com/watch?v=\\_JP4A4j-QUE](https://www.youtube.com/watch?v=_JP4A4j-QUE)  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Hohmann\\_transfer\\_orbit](http://en.wikipedia.org/wiki/Hohmann_transfer_orbit)  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Bi-elliptic\\_transfer](http://en.wikipedia.org/wiki/Bi-elliptic_transfer)  
<http://maths.dur.ac.uk/~dma0rcj/Psling/sling.pdf>  
<http://de.wikipedia.org/wiki/Keplerbahn>  
<http://de.wikipedia.org/wiki/Kegelschnitt>  
[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/9/98/Kepler\\_laws\\_diagram.svg/310px-Kepler\\_laws\\_diagram.svg.png](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/9/98/Kepler_laws_diagram.svg/310px-Kepler_laws_diagram.svg.png)  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Gravity\\_assist](https://en.wikipedia.org/wiki/Gravity_assist)  
<http://de.wikipedia.org/wiki/Cassini-Huygens>  
[http://www.nasa.gov/images/content/60030main\\_cassini-concept-browse.jpg](http://www.nasa.gov/images/content/60030main_cassini-concept-browse.jpg)  
[http://www.nicolascretton.ch/Astronomy/Cassini-Huygens/Cassini\\_orbit\\_Earth\\_to\\_Saturn\\_from\\_above.jpg](http://www.nicolascretton.ch/Astronomy/Cassini-Huygens/Cassini_orbit_Earth_to_Saturn_from_above.jpg)  
[http://www.take27.co.uk/t27cgilt/ep08\\_voyager\\_02.jpg](http://www.take27.co.uk/t27cgilt/ep08_voyager_02.jpg)  
[http://pages.uoregon.edu/jimbrau/BraulmNew/Chap06/7th/AT\\_7e\\_UnFigure\\_06\\_Pg145.jpg](http://pages.uoregon.edu/jimbrau/BraulmNew/Chap06/7th/AT_7e_UnFigure_06_Pg145.jpg)  
<https://en.wikipedia.org/wiki/MESSENGER>  
[http://www.messenger-education.org/Interactives/ANIMATIONS/grav\\_assist/gravity\\_assist.html](http://www.messenger-education.org/Interactives/ANIMATIONS/grav_assist/gravity_assist.html)

Fließbach, Prof. Dr. Torsten (2009): Mechanik. Lehrbuch zur Theoretischen Physik I. Berlin: Springer Science+Buisness Media, 6. Auflage

Bartlett, Albert A. und Hord, Charles W. (1985): The slingshot effect: explanation and analogies. The Physics Teacher 23, 466-473.

# Quellen