Mic$\hbar$ael Flohr
Annekathrin Müller-Lohmann

Dirac die Dritte

12. Dezember 2006 (Abgabe 19. Dezember 2006)

DISKRETETE SYMMETRIEN

Neben der Poincaré-Gruppe, also den Translationen und den Transformationen aus $SO(1,3)$, gibt es noch drei weitere, sehr wichtige Transformationen: Parität $\mathcal{P}$, Ladungskonjugation $\mathcal{C}$ und Zeitumkehr $\mathcal{T}$.

[H1] *Paritätsverletzung* **[3 pts]**

Zeige explizit, dass der Fermi-Lagrangian der schwachen Wechselwirkung,

$$\mathcal{L}_{\text{Fermi}} = G\bar{\psi}_{1L}\gamma^{\mu}\psi_{2L}\bar{\psi}_{3L}\gamma_{\mu}\psi_{4L}$$

die Parität verletzt, wobei ψ_{iL}, $i = 1,2,3,4$, vier verschiedene Dirac-Felder bezeichnet.

[H2] *Ladungskonjugation* **[3 pts]**

Die Definition der Ladungskonjugation $\mathcal{C}$ legt die Matrix C eigentlich nur bis auf eine multiplikative Konstante fest, denn wenn ein Spinor die Dirac-Gleichung erfüllt, dann auch jedes Vielfache davon. Zeige, dass diese Konstante aber durch die Bedingung $(\psi_c)_c = \psi$ fixiert wird.

[H3] *Ladungskonjugation und Händigkeit* **[3 pts]**

Zeige, dass das ladungskonjugierte Feld eines linkshändigen Feldes rechtshändig ist und umgekehrt.

[H4] *Ein interessanter Lorentz-Skalar* **[3 pts]**

Zeige, dass $\psi C \psi$ ein Lorentz-Skalar ist.

[H5] *Dirac-Gleichung in kleinen Raumzeiten* **[5+10 pts]**

Freiwillige Extra-Aufgabe für Extra-Neugierige! Es ist oft sinnvoll, die Dirac-Gleichung in niedrigeren Raumdimensionen zu betrachten.

i. Finde die Dirac-Gleichung in $(1+1)$-dimensionaler Raumzeit. Überlege dazu, wieviele Komponenten ein Spinor in einer Raumzeit mit nur einer räumlichen Dimension haben kann.

ii. Finde die Dirac-Gleichung in $(1+2)$-dimensionaler Raumzeit. Zeige, dass der anscheinend harmlose Massenterm sowohl Invarianz unter Parität als auch Zeitumkehr verletzt. *Hinweis*: Die drei Gamma-Matrizen sind in diesem Fall einfach die drei Pauli-Matrizen mit geeignet gewählten Faktoren von i multipliziert.