Übung VI zur Vorlesung QUANTENFELDTHEORIE

Mic$\hbar$ael Flohr
Annekathrin Müller-Lohmann

Petrurbative Feldtheorie

14. November 2006 (Abgabe 21. November 2006)

SKALARE FELDTHEORIE

In der Vorlesung wurden die Feynman-Regeln für das skalare Feld angegeben. Die folgenden Übungen sollen hierzu ein wenig Praxis vermitteln.

[H1] *Schleifen* **[5 pts]**

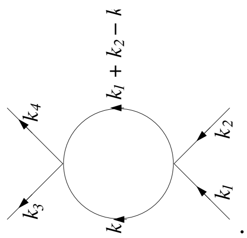
Leite, die Amplitude des folgende Ein-Schleifen-Diagrams aus dem Schwinger-Formalismus her, also aus

$$Z[J,\lambda] = Z[0,0]\exp\left(-\frac{\mathrm{i}}{4!}\lambda\int \mathrm{d}^4w\frac{\delta^4}{\delta J(w)^4}\right)\exp\left(-\frac{\mathrm{i}}{2}\int\int \mathrm{d}^4x\mathrm{d}^4yJ(x)D(x-y)J(y)\right)\,.$$

Leite insbesondere her, dass der Symmetriefaktor $1/2$ ist. Das Resultat sollte lauten:

$$\frac{1}{2}(-\mathrm{i}\lambda)^2\int\frac{\mathrm{d}^4k}{(2\pi)^4}\frac{\mathrm{i}}{k^2-m^2+\mathrm{i}\epsilon}\frac{\mathrm{i}}{(k_1+k_2-k)^2-m^2+\mathrm{i}\epsilon}\,. \tag{1}$$

Das Diagramm ist



[H2] *Diagramme* **[5 pts]**

Zeichne alle Diagramme bis zur Ordnung λ^2, bei dem zwei Teilchen φ interagieren und daraus vier Teilchen φ entstehen. Verwende die Feynman-Regeln, um die entsprechenden Amplituden im Impulsraum anzugeben.

[H3] *Reelle Teilchen* **[5 pts]**

Lorentz-Invarianz impliziert, dass wir im Schwerpunktsystem von zwei einlaufenden Teilchen $k_1+k_2 = (E,\vec{0})$ in (1) wählen können. Das Integral kann so als Funktion von E studiert werden. Zeige, dass beide internen Teilchen nur dann reell werden können, wenn $E > 2m$ ist. Interpretiere dies physikalisch.

[H4] *Wick-Kontraktionen* **[3 pts]**

In der Vorlesung haben wir für ein Matrix-Modell die Ausdrücke

$$\begin{aligned}\langle x_ix_j\rangle &= (A^{-1})_{ij}\,,\\ \langle x_ix_jx_kx_l\rangle &= (A^{-1})_{ij}(A^{-1})_{kl}+(A^{-1})_{ik}(A^{-1})_{jl}+(A^{-1})_{il}(A^{-1})_{jk}\end{aligned}$$

hergeleitet. Leite als Übung in Wick-Kontraktionen in diesem vereinfachten Modell $\langle x_ix_jx_kx_lx_mx_n\rangle$ her.