

## 1 Das EPR-Gedankenexperiment

Mit diesem für die Deutungsdebatte der Quantentheorie bis heute einflussreichen Gedankenexperiment versuchte ALBERT EINSTEIN gemeinsam mit BORIS PODOLSKY und NATHAN ROSEN („EPR“ 1935), die Unvollständigkeit der Quantentheorie zu zeigen. Die Autoren geben zunächst die folgende Bedingung der Vollständigkeit einer physikalischen Theorie:

[V] *„Jedes Element der physikalischen Realität muß seine Entsprechung in der physikalischen Theorie haben.“*

Ferner führen sie ein physikalisches Realitätskriterium ein:

[R] *„Wenn wir, ohne auf irgendeine Weise ein System zu stören, den Wert einer physikalischen Größe mit Sicherheit (d.h. mit der Wahrscheinlichkeit gleich eins) vorhersagen können, dann gibt es ein Element der physikalischen Realität, das dieser Größe entspricht.“*

EPR betrachten nun den Zustand eines aus zwei Teilsystemen  $\mathcal{A}$  und  $\mathcal{B}$  zusammengesetzten Systems. Ein einfaches Beispiel<sup>1</sup> bietet etwa ein aus zwei entgegengesetzten Spins ( $\uparrow$  „up“ und  $\downarrow$  „down“) zusammengesetzter Zustand mit Gesamtspin null

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |\uparrow\rangle|\downarrow\rangle - |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle \right) \quad (1)$$

Der Zustand ist verschränkt, da wegen der Superposition eine alleinige Rückführung entweder auf  $\mathcal{A}_\uparrow \mathcal{B}_\downarrow$  oder  $\mathcal{A}_\downarrow \mathcal{B}_\uparrow$  nicht möglich ist, statt dessen bestehen Korrelationen zwischen den Teilsystemen  $\mathcal{A}$  und  $\mathcal{B}$ .

Aufgrund der Spinerhaltung weiß man, dass, falls an Teilsystem  $\mathcal{A}$  der Spin  $\uparrow$  gemessen wurde, für  $\mathcal{B}$  sicher  $\downarrow$  gilt. Nun gibt es aufgrund der Nicht-Kommutativität der Observablenalgebra inkommensurable Messgrößen, die nicht *zugleich* an einem System gemessen werden können. So ist es beispielsweise unmöglich, zugleich den Spin in x- und y-Richtung an  $\mathcal{A}$  zu messen. Möglich ist aber, den Spin in x-Richtung an  $\mathcal{A}$  – nennen wir ihn  $S_x(\mathcal{A})$  – sowie  $S_y(\mathcal{B})$  gleichzeitig zu messen. Falls  $\mathcal{A}$  und  $\mathcal{B}$  wie beschrieben Teilsysteme einer Verschränkung sind, kann man dann rein formal auch auf  $S_x(\mathcal{B})$  und  $S_y(\mathcal{A})$  „sicher“ schließen.<sup>2</sup> Da es dem Kriterium [R] genügt,  $S_x(\mathcal{B})$  durch Messung von  $S_x(\mathcal{A})$  sicher vorherzusagen, scheinbar ohne  $\mathcal{B}$  „in irgendeiner Weise zu stören“, sollte ein Element der physikalischen Realität existieren, dem  $S_x(\mathcal{B})$  entspricht.

Nun kommt der entscheidende Gedanke: Man kann natürlich ebensogut  $S_y(\mathcal{A})$  messen, und somit auf  $S_y(\mathcal{B})$  schließen. Es sieht daher so aus, als seien sowohl  $S_x(\mathcal{B})$  als auch  $S_y(\mathcal{B})$  gemäß [R] real. Nach [V] muss man dann aber in einer vollständigen Theorie erwarten, dass der gemeinsame Realzustand von  $S_x(\mathcal{B})$  und  $S_y(\mathcal{B})$  im Formalismus zum Ausdruck gebracht werden kann. Das ist aber nicht der Fall, denn es gibt *keine gemeinsame Wellenfunktion* (sondern lediglich zwei jeweils verschiedene) zur Beschreibung der Zustände von  $S_x(\mathcal{B})$  und von  $S_y(\mathcal{B})$ , da in der Quantentheorie kein gemeinsames Basissystem nicht-kommutierender Observablen existiert! EPR haben mit ihrem Gedankenexperiment also scheinbar die Unvollständigkeit der Quantentheorie gezeigt.

## 2 Nicht-Lokalität und Einstein-Separabilität

Rein logisch ist die Schlussfolgerung von EPR nicht zwingend – und die Autoren räumen dies auch ein. Statt einer Verletzung von [V] kann man ebenso gut eine Verletzung von [R] annehmen.

<sup>1</sup>Die folgende „Spinversion“ des EPR-Experiments wurde erstmals von DAVID BOHM (1951, Kap. 22.16) vorgeschlagen.

<sup>2</sup>Man beachte, dass hierdurch keineswegs die Unbestimmtheitsrelationen verletzt werden, denn diese beziehen sich nur auf die gemeinsame gleichzeitige Messung an *einem* Teilsystem.

EPR halten es jedoch für evident, dass nur [V] aufgegeben werden kann. Es ist daher von besonderem Interesse, die Voraussetzungen des Realkriteriums [R] zu prüfen.

Am 4.5.1935 titelte die New York Times: „*Einstein Attacks Quantum Theory. Scientist and Two Colleagues Find it Not ‘Complete’ Even Though ‘Correct’*“. Die Schlagzeile beruhte auf einem Interview mit PODOLSKY, über das EINSTEIN allerdings verärgert reagierte.<sup>3</sup> Dabei war es wohl weniger sein Ärger über PODOLSKYS Indiskretion gegenüber der Presse, sondern mehr noch die grundsätzliche Tatsache, dass EINSTEIN mit der Formulierung der EPR-Arbeit nicht hundertprozentig zufrieden war (es heißt, die Koautorenschaft von PODOLSKY beruhte wesentlich darauf, dass dieser am besten Englisch sprach). In der Tat bringt die Arbeit den zentralen konzeptionellen Kritikpunkt EINSTEINS nicht so deutlich hervor, wie seine eigenen späteren Formulierungen.

Die Mehrheit der Kommentatoren ist sich heute einig, dass EINSTEINS wesentliche Prämisse für ein physikalisches Realitätskriterium die Trennbarkeit – Separabilität – physikalischer Systeme war (siehe speziell HOWARD 1985, 1989). Am ehesten wird dies deutlich in einer Formulierung am Ende des EPR-Aufsatzes:

*„... wird der Realitätsanspruch von P und Q vom Vorgang der Messung abhängig, die am ersten System ausgeführt wird und die auf keine Weise das zweite System beeinflusst. Man darf nicht erwarten, daß dies irgendeine vernünftige Definition der Realität zuläßt.“*

Recht prägnant formuliert EINSTEIN seinen Punkt in einem Brief an KARL POPPER noch im selben Jahr der EPR-Veröffentlichung (vom 11.9.1935, abgedruckt in POPPER 1935, 2.Aufl., 1966, Anhang XII):

*„... Da es aber ungereimt ist, anzunehmen, daß der physikalische Zustand von B davon abhängig sei, was für eine Messung ich an dem von ihm getrennten System A vornehme, so heißt dies, daß zu demselben physikalischen Zustande von B zwei verschiedene  $\psi$ -Funktionen gehören. Da eine vollständige Beschreibung eines physikalischen Zustandes notwendig eine eindeutige Beschreibung sein muß ..., so kann die  $\psi$ -Funktion nicht als die vollständige Beschreibung des Zustandes aufgefaßt werden.“*

Sehr deutlich wird der Separabilitäts Gesichtspunkt in EINSTEIN (1948), wo es heißt, dass

*„... Dinge eine voneinander unabhängige Existenz beanspruchen, soweit [sie] ... in verschiedenen teilen des Raumes liegen. Ohne die[se] Annahme wäre ... physikalisches Denken in dem uns geläufigen Sinne nicht möglich.“*

Die Separabilitätsforderung ist also eine Lokalitätsforderung. EINSTEIN begründet – und vermischt – diese Forderung mit einer weiteren Lokalitätsannahme, dem *Nahewirkungsprinzip*, die seinem eigentlichen feldtheoretischen Anliegen am nächsten kommt:

*„Für die relative Unabhängigkeit räumlich distanter Dinge (A und B) ist die Idee charakteristisch: äussere Beeinflussung von A hat keinen unmittelbaren Einfluss auf B, dies ist als „Prinzip der Nahewirkung“ bekannt, das nur in der Feld-Theorie konsequent angewendet ist. Völlige Aufhebung dieses Grundsatzes würde die Idee von der Existenz (quasi-) abgeschlossener Systeme und damit die Aufstellung empirisch prüfbarer Gesetze in dem uns geläufigen Sinne unmöglich machen.“*

### 3 Die Kopenhagener Antwort auf EPR

Die Reaktion von NIELS BOHR, dem Vordenker der „Kopenhagener“ Deutungslinie der Quantenmechanik, auf das EPR-Argument folgte noch im selben Jahr (BOHR 1935). Auch er konzentriert sich auf das obige EPR-Realkriterium [R]. Hierzu zunächst eine Vorüberlegung.

---

<sup>3</sup>Vgl. BUB 1997, S. 40; PAIS 1982, Kap. 25c.

Angenommen, wir führten tatsächlich eine Messung von  $S_x(\mathcal{A})$  durch und fänden, beispielsweise, Spin up. Dann ist aufgrund der Spinerhaltung notwendigerweise Spin down für  $S_x(\mathcal{B})$  festgelegt, was sich durch Messung von  $S_x(\mathcal{B})$  auch bestätigen lässt. Interessiert sich der Beobachter am Teilsystem  $\mathcal{B}$  aber nicht für die x-Spinkomponente, sondern misst stattdessen  $S_y(\mathcal{B})$ , so ändert er damit den Realzustand seines Teilsystems. Da  $S_x$  und  $S_y$  nicht-kommutierende Observablen sind, liegt nach Messung von  $S_y(\mathcal{B})$  die x-Komponente nicht mehr fest. Stattdessen sind nun die Zustände  $\uparrow$  und  $\downarrow$  gleichwahrscheinlich – und bei mehrmaliger Wiederholung des Versuchs wird man das auch finden. Das bedeutet aber, dass die vormalige Annahme der Realexistenz von  $S_x(\mathcal{B})$  – wie durch die korrespondierende Messung von  $S_x(\mathcal{A})$  nahegelegt – nach der Messung von  $S_y(\mathcal{B})$  nicht mehr zulässig ist!

Genau diese Konsequenz der Quantenmechanik ist es, von der EINSTEIN, wie oben gezeigt, sagen will, dass sie wegen des impliziten Versagens der Einstein-Separabilität keine „... vernünftige Definition der Realität“ beinhaltet und „... physikalisches Denken in dem uns geläufigen Sinne“ verunmöglicht.

Für BOHR freilich ist eine solche Realitätsvorstellung durch die Anwendung seines Konzepts der Komplementarität durchaus befriedigend erklärbar. Insbesondere legt erst der Kontext der Messung, der konkrete Versuchsaufbau, fest, welchen Größen physikalische Realität zugesprochen werden kann. In jüngster Zeit ist dieser Aspekt des Komplementaritätsgedankens als *Kontextualität* bekannt. Eine weitere BOHR-Exegese muss hier jedoch ausbleiben.

## 4 Theorien verborgener Parameter

Der für eine realistische Interpretation unbefriedigende statistische Charakter der Quantenmechanik legt es nahe, die Möglichkeiten einer der Quantenmechanik unterliegenden Theorie verborgener Parameter („hidden variables“ theory; HV) zu untersuchen. Im Laufe der Zeit wurden eine Reihe von no-go-Theoremen entwickelt, die diese Möglichkeit drastisch einschränken.

**von Neumann 1932:** Keine dispersionsfreien Zustände in der QM (jede lineare Kombination von Operatoren ist wieder ein Operator) (NEUMANN 1932, Kap. 4)

**Gleason 1957:** Jede Wahrscheinlichkeitszuordnung zu Eigenschaften von Systemen mit  $n \geq 3$  ist kontinuierlich (Unmöglichkeit der trivialen 0-1-Zuordnung erlaubt keine definiten Eigenschaften) (GLEASON 1957)

**Bohm 1952:** QM-Theorie nicht-lokaler verborgener Parameter (BOHM 1952)

**Bell 1964:** Keine QM-Theorien lokaler verborgener Parameter

Beweisidee: klassischer Ansatz für die Wahrscheinlichkeit der Resultate  $A, B$  der Signale  $a, b$  mit Lokalisierbarkeit (satz)  $\lambda$  liefert  $p(AB|ab) = \int p_\lambda(AB|ab)\rho(\lambda)d\lambda$  mit vorausgesetzter Faktorierbarkeit  $p_\lambda(AB|ab) = p_\lambda(A|a)p_\lambda(B|b)$  führt auf Bellsche Ungleichungen für erlaubte Korrelationen, die in der QM verletzt sind (vgl. BELL 1964, 1966; ESPAGNAT 1980)

**Kochen-Specker 1967:** QM besitzt Eigenschaft der Kontextualität (KOCHEN und SPECKER 1967)

**GHZ 1989:** Keine definiten Eigenschaften in der QM (GREENBERGER et al. 1989, 1990)

## 5 Ergebnis- und Parameter-Unabhängigkeit

Für klassisch korrelierte Ereignisse  $a, b$  an Teilsystemen  $A, B$  gilt die Wahrscheinlichkeit  $p^{AB}(a \& b) = p^{AB}(a) \cdot p^{AB}(b)$ . Die in der Faktorierbarkeit zum Ausdruck kommende statistische Unabhängigkeit kann JARRETT (1984) folgend (vgl. auch HOWARD 1989) logisch in die Konjunktion zweier Bedingungen zerlegt werden:

**Outcome independence:**  $p^{AB}(a|b) = p^{AB}(a)$  bzw.  $p^{AB}(b|a) = p^{AB}(b)$

Das Ergebnis der Messung an einem Teilsystem ist unabhängig vom Ergebnis am anderen Teilsystem.

**Parameter independence:**  $p^{AB}(a) = p^A(a)$  bzw.  $p^{AB}(b) = p^B(b)$

Das Ergebnis der Messung an einem Teilsystem ist unabhängig von den Messparametern (Wahl der Messanordnung) am anderen Teilsystem.

Nach allgemeiner Auffassung ist in der Quantenmechanik die Ergebnis-Unabhängigkeit verletzt, Parameter-Abhängigkeit würde demgegenüber überlichtschnelle Signalübertragung implizieren.

## Literatur

- BAUMANN, K. und R. U. SEXL (1984). *Die Deutungen der Quantentheorie*. Vieweg, Braunschweig. (3., überarbeitete Auflage 1987).
- BELL, J. S. (1964). *On the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox*. Physics, 1: 195–200. (In BELL 1987).
- BELL, J. S. (1966). *On the Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics*. Reviews of Modern Physics, 38: 447–452. (In BELL 1987).
- BELL, J. S. (1987). *Speakable and Unsayable in Quantum Mechanics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- BOHM, D. (1951). *Quantum Theory*. Prentice-Hall, New York.
- BOHM, D. (1952). *A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of “Hidden” Variables*. Physical Review, 85: 166–179, 180. (Deutsche Übersetzung in BAUMANN und SEXL 1984).
- BOHR, N. (1935). *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?* Physical Review, 48: 696–702. (Deutsche Übersetzung in BAUMANN und SEXL 1984).
- BUB, J. (1997). *Interpreting the Quantum Theory*. Cambridge University Press, Cambridge.
- CUSHING, J. T. und E. McMULLIN (1989). *Philosophical Consequences of Quantum Theory: Reflections on Bell’s Theorem*. University of Notre Dame Press, Notre Dame, Indiana.
- EINSTEIN, A. (1948). *Quanten-Mechanik und Wirklichkeit*. Dialectica, 2(3/4): 320–324. (Special issue on “The Concept of Complementarity” edited by W. Pauli).
- EINSTEIN, A., B. PODOLSKY und N. ROSEN (1935). *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?* Physical Review, 47: 777–780. (Deutsche Übersetzung in BAUMANN und SEXL 1984).
- ESPAGNAT, B. DE (1980). *Quantentheorie und Realität*. Spektrum der Wissenschaft, 1. (In SPEKTRUM 1996).
- GLEASON, A. M. (1957). *Measures on the Closed Subspaces of a Hilbert Space*. Journal of Mathematics and Mechanics, 6: 885–893. (In HOOKER 1975).
- GREENBERGER, D. M., M. HORNE, A. SHIMONY und A. ZEILINGER (1990). *Bell’s Theorem Without Inequalities*. American Journal of Physics, 58: 1131–1143.
- GREENBERGER, D. M., M. HORNE und A. ZEILINGER (1989). *Going Beyond Bell’s Theorem*. In: KAFATOS, M., Hrsg.: *Bells Theorem, Quantum Theory, and Conceptions of the Universe*. Kluwer, Dordrecht.

- HOOKER, C. A., Hrsg. (1975). *The Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics*. Reidel, Dordrecht.
- HOWARD, D. (1985). *Einstein on Locality and Separability*. *Studies in History and Philosophy of Science*, 16: 171–201.
- HOWARD, D. (1989). *Holism, Separability, and the Metaphysical Implications of the Bell Experiments*. In: CUSHING und MCMULLIN (1989).
- JARRETT, J. (1984). *On the Physical Significance of the Locality Conditions in the Bell Argument*. *Noûs*, 18: 569–589.
- KOCHEN, S. und E. SPECKER (1967). *The Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics*. *Journal of Mathematics and Mechanics*, 17: 59–87. (In HOOKER 1975).
- NEUMANN, J. VON (1932). *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*. Springer, Berlin.
- PAIS, A. (1982). *‘Subtle is the Lord ...’: The Science and the Life of Albert Einstein*. Oxford University Press, Oxford. (Deutsche Ausgabe: „Raffiniert ist der Herrgott ...“: *Albert Einstein; eine wissenschaftliche Biographie*, Vieweg, Braunschweig, 1986).
- POPPER, K. R. (1935). *Logik der Forschung*. Springer, Wien. (9. Auflage 1989, Mohr, Tübingen).
- SPEKTRUM (1996). *Verständliche Forschung: Quantenphilosophie*. Spektrum der Wissenschaft, Heidelberg.