Seminar ,,Interpretationen der Quantentheorie''
H. Lyre und M. Flohr

Das Messproblem

Regina B. Orzekowsky
regina.orzekowsky@web.de

Bonn, den 09. Juni 2004

5 Prinzipien der Quantenmechanik (D. Albert, Kap. 2):

(A) Physikalisch mögliche Zustände entsprechen Vektoren (Länge 1) im Zustandsraum des physikalischen Systems. ($\rightarrow$ Superpositionen)

(B) Messbare Größen (Observable) entsprechen Operatoren auf dem Zustandsvektorraum.
Falls $|\psi>$ EV von A mit EW a: $A|\psi>= a|\psi>$
,,Zustand hat Wert a der messbaren Größe A."

(C) Das physikalische System entwickelt sich entsprechend seiner Bewegungsgleichung (Schrödinger Gl.).
Wichtig: Linearität der Lösungen.

(D) Falls der Zustand des Systems $|a>$ kein EV der gemessenen Größe B mit EVen $|b_i>$ ist, dann ist das Messergebnis durch Wahrscheinlichkeiten bestimmt. Wahrscheinlichkeit für Ergebnis b_i ist $(< a|b_i >)^2$

(E) Kollaps der Wellenfunktion: Nach der Messung von A mit Ergebnis a muss das System in einem Eigenzustand $A|\psi>= a|\psi>$ sein, egal wie der Zustand vorher war!

Arbeitshypothese: Die Quantenmechanik ist universell gültig. (Br78)

M: Messapparat zur Messung der Größe Q
S: gemessenes physikalisches System.

Anfangszustände:

Messapparat: $|r>$ (ready)
System: $|s_i>=\sum_k c_k|q_k>$,
wobei $|q_k>$ EVen von Q zu den jew. EWen q_k sind.

Beginn der Messung (Zeitpunkt t):

$S+M(t)$: $\sum_k c_k|q_k>\otimes|r>$

Zeitentwicklung nach der Bewegungsgleichung (C):

$S+M(t')$: $\sum_k c_k|q_k>\otimes|m_k>$
$|m_k>$: Zustand von M, in dem der Wert q_k angezeigt wird

QM universell gültig: erläutern, kein Experiment hat je einen Widerspruch gezeigt

Erst am einfachen Beispiel die Messung erklären, wenn $|\psi >$ keine Linearkombination (evtl. wie in Albert)

Experiment: Am Ende einer Messung zeigt M *nur einen* bestimmten Wert q_k an, und zwar bei häufiger Wiederholung des Experiments mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit p_k. $S + M$ ist also im Zustand

$S + M(t')$: $\quad |q_k > \otimes |m_k >$

Das ist ein messbar verschiedener Zustand von

$S + M(t')$: $\quad \sum_k c_k |q_k > \otimes |m_k >$

> "The dynamics and the postulate of collapse are flatly in contradiction with one another. [...] the postulate of collapse seems to be right about what happens when we make measurements, and the dynamics seem to be bizarrely *wrong* about what happens when we make measurements, and yet the dynamics seem to be *right* about what happens whenever we aren't making measurements."
> (Albert, S. 79)

Der Zustand des Gesamtsystems lässt sich nicht mehr in Anteile von S und M zerlegen!

Summe aus Tensorzuständen ist ungleich Tensor aus Summenzuständen.

Interpretationen:

- Bohr: Wenn eine Größe Q am System S zur Zeit t gemessen wird, dann hat Q einen bestimmten Wert in S zur Zeit t.

- Heisenberg: Es ist sinnlos, für das System S zur Zeit t Q einen Wert q zuzuordnen, es sei denn, man misst an S, dass Q den Wert q zur Zeit t hat.

- Einstein: Wenn man ohne das System in irgendeiner Weise zu stören mit Sicherheit den Wert einer Größe Q voraussagen kann, dann existiert ein Element der physikalischen Realität, das zu dieser Größe gehört. ($\rightarrow$ EPR)

- von Neumann: ,,Zwei-Stufen-Messprozess'', erst deterministisch (BwGl.), dann indeterministisch (Quantensprung, Kollaps) von Neumann:

> ,,Wenn wir nicht einmal wissen, welcher Zustand gerade vorliegt - z.B. wenn verschiedene Zustände $\phi_1, \phi_2, ...$ mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten $w_1, w_2, ...$ das System aufbauen,'' dann kann es durch den statistischen Operator $\rho = \sum_k w_k |\phi_k><\phi_k|$ beschrieben werden. (reiner Zustand für $\rho = \rho^2$)

$\longrightarrow$ **Ignoranzinterpretation:**

Wahrscheinlichkeiten als Maß für die subjektive Unkenntnis des Beobachters über einen dennoch vorhandenen objektiven Zustand des Systems wichtig: Für Statistik **mehrfache Messung** nötig → Ensembles und keine einzelnen Teilchen!

stat. Operator ↔ Mischbatterie

Projektionsoperator: projiziert die im Zustand enthaltenen Anteile der EVen heraus, z.B. 1 für ,,enthalten'', 0 für ,,nicht enthalten''

Nächster Schritt: Einführung von sog. ,,reinen'' und ,,gemischten'' Ensembles/ Zuständen durch von Neumann.

Reiner Zustand/ reines Ensemble:

Bei jeder Messung haben die einzelnen Objekte beim Input denselben Zustand, sind also gleich präpariert.

Bsp. für einen reinen Zustand: Ein Ensemble von Elektronen, die alle Spin $|\uparrow>$ haben.

In der orthonormalen Eigenbasis der zu messenden Größe Q:

Eingangszustand des Ensembles:

$|\psi >= \sum_k c_k |q_k >$

Gemischter Zustand/ gemischtes Ensemble:

Betrachtet man für jedes gemessene Objekt den Eingangszustand, so wird man mit einer gewissen Häufigkeit p_i (Wahrscheinlichkeit) die Eingangszustände $|\psi^1 >, |\psi^2 >$ etc. haben. Bedingung: $\sum_i p_i = 1$

Eingangszustand des Ensembles:

$\{|\psi^i >: |\psi^i >= \sum_n c_n^i |q_n >\}$

Ensemble = Menge aller gemessenen Objekte/ Anfangszustände

$|\psi >= \sum_k c_k|q_k >$ Linearkombination, für alle eingehenden Teilchen *gleiche Koeffizienten* c_n

$|\psi^i >= \sum_k c_k^i|q_k >$ Linearkombination, für alle eingehenden Teilchen *verschiedene Koeffizienten* c_k^i

Anfangszustände von rein u. gemischt an die Tafel schreiben

Zu erwartender Messwert für die Größe Q:

reines Ensemble:

$$< Q >=< \psi|Q|\psi >= \sum_k |c_k|^2 q_k$$

Aus der Häufigkeitsverteilung $|c_k|^2$ der Messwerte q_k kann man also den Eingangzustand des Ensembles rekonstruieren.

gemischtes Ensemble:

$$< Q >= \sum_i p_i < \psi^i|Q|\psi^i >= \sum_{k,i} p_i|c_k^i|^2 q_k$$

Hier kann der Eingangszustand des Ensembles nicht mehr aus der Verteilung der Messwerte rekonstruiert werden.

von Neumann hat bewiesen, dass, wenn $S+M$ in so einem verschränkten Zustand (rein!) $\sum_k c_k|q_k> \otimes|m_k>$ ist, S auf jeden Fall ein gemischtes Ensemble ist, auch wenn man mit einem reinen Ensemble für S anfängt!

Das heißt, S verhält sich so, als gebe es Wahrscheinlichkeit $|c_k|^2$, dass S sich im Zustand q_k befindet. Genauso ist dann das Messgerät M in so einem gemischten Zustand: M verhält sich auch so, als gebe es die Wahrscheinlichkeit $|c_k|^2$, einen bestimmten Messwert q_k anzuzeigen. (SEP, Krips)

Statistische Interpretation von Born: Die Wahrscheinlichkeit, den Messwert q_k zu erhalten, ist $|c_k|^2$, wobei c_k der Koeffizient von $|q_k>$ ist, wenn man den Anfangszustand des Systems als lineare Superposition $\sum_k c_k|q_k>$ ausdrückt.

Die Wahrscheinlichkeit, um die es hier geht, ist eben kein Maß für die subjektive Unkenntnis des Beobachters um den Zustand des zu messenden Systems (sonst wäre der Zustand ein reiner Zustand), sondern eine ,,intrinsische'' Eigenschaft des Systems, sozusagen ein objektives Maß für den Hang des Systems, sich zur Zeit t im Zustand $|q_k>$ zu befinden. (SEP, Krips)

Mittelstaedt spricht in diesem Zusammenhang von Objektivierung. Es ist unmöglich, die Objektivierung vorzunehmen, denn dann müsste sich das Gesamtsystem $S+M$ einem gemischten Zustand befinden, und nicht in dem reinen Zustand wie oben angenommen.