

1 Der quantenmechanische Messprozess

Das Problem des quantenmechanischen Messprozesses besteht kurz gesagt darin, dass die Quantentheorie das Auftreten irreversibler und definiter Messergebnisse nicht erklären kann.¹ Betrachten wir ein zu messendes Objektsystem \mathcal{S} und einen Messapparat \mathcal{A} . Die Zustände von \mathcal{S} seien als $|\psi\rangle$, diejenigen von \mathcal{A} als $|\chi\rangle$ bezeichnet. Der Messprozess lässt sich in folgende Schritte zerlegen:

1. Um eine Messung durchzuführen, müssen \mathcal{S} und \mathcal{A} physikalisch gekoppelt werden – mathematisch ist dabei das Tensorprodukt ihrer Hilberträume $\mathcal{H}_{\mathcal{S}} \otimes \mathcal{H}_{\mathcal{A}}$ zu bilden. Dies ist zunächst eine rein formale Operation, $|\Phi\rangle = \sum_{i,k} c_{ik} |\psi_i\rangle \otimes |\chi_k\rangle$ ist ein reiner Zustand mit Projektionsoperator $\hat{P}_{\Phi} = |\Phi\rangle\langle\Phi|$.
2. Der physikalisch entscheidende Schritt beim Messvorgang erfolgt durch das Einschalten der Messwechselwirkung, darstellbar durch einen entsprechenden Hamiltonoperator \hat{H}_M , der die Zustände des Gesamtsystems gemäß $|\Phi'\rangle = e^{i\hat{H}_M t} |\Phi\rangle$ transformiert.
3. Nach Abschalten der Messwechselwirkung sind \mathcal{S} und \mathcal{A} wieder zu trennen – und hier tritt das eigentliche Problem auf: quantentheoretisch sind nämlich die Zustände des Gesamtsystems nicht mehr faktorisiert in Objekt- und Apparat Zustände – und mithin nicht als unabhängig voneinander ansehbar.
4. Am Ende der Messkette steht – dies ist der Sinn von Messungen – das Vorliegen eines irreversiblen und definiten Messergebnisses.

2 Analyse des Messproblems

Das Problem der Messung zeigt sich im dritten Schritt des Messprozesses, der Trennung von \mathcal{S} und \mathcal{A} . Das Problem besteht darin, dass eine solche Trennung in Strenge durch keinerlei quantentheoretisch, d.h. durch einen unitären Operator beschriebene Dynamik erfolgen kann. Es ist daher entscheidend, den Schritt der Trennung einer genaueren Analyse zu unterziehen.

Nach der Messwechselwirkung interessiert man sich für das Vorliegen eines definiten Messergebnisses – der Zustand des Messgerätes soll daher nicht mehr weiter abhängig sein vom Zustand des bereits gemessenen Systems. Die Quantentheorie liefert aber zunächst nur die Beschreibung des zusammengesetzten Systems $\mathcal{S} \otimes \mathcal{A}$. Eine Beschreibung der Zustände nur je eines der beiden Teilsysteme erfolgt formal über eine Dichtematrix, deren allgemeine Form $\hat{\rho} = \sum_{i,k} w_{ik} |\psi_i\rangle\langle\psi_k|$ lautet. Sie besitzt i. Allg. Nebendiagonalterme, so genannte *Interferenzterme*, die nicht zu Null verschwinden. Sie beschreiben die quantentheoretisch nunmehr vorhandenen Korrelationen zwischen den Teilsystemen \mathcal{S} und \mathcal{A} . Zwar lässt sich für jede Dichtematrix eine Darstellung finden, in der sie diagonalisiert werden kann, aber zum einen ist keine Darstellung vor einer anderen ausgezeichnet, und zum anderen gilt: Selbst wenn man diejenige Darstellung mit verschwindenden Interferenztermen wählt, so ist dies zunächst nur eine willkürliche Wahl und bedeutet der Sache

¹Die folgende Darstellung basiert auf LYRE 2002, Anhang A.5; weiterführende Literatur: ESPAGNAT (1965), HUGHES (1989), KRIPS (1999), MITTELSTAEDT (1963), MITTELSTAEDT (1998), LYRE (1999).

nach noch nicht, dass die Systeme tatsächlich streng getrennt sind (denn im Prinzip bestehen die Korrelationen zwischen den Zuständen weiter, auch wenn sie in der formalen Darstellung zum Verschwinden gebracht wurden).²

Dieser Sachverhalt lässt sich dadurch einsichtig machen, dass man zeigen kann, dass auf die Beschreibung der *reduzierten Dichtematrix*³ auch in der Diagonaldarstellung $\hat{\rho} = \sum_i w_i \hat{P}_i$ keine so genannte *Ignoranzinterpretation* angewendet werden kann. Eine solche Interpretation besagt, dass einer der Zustände \hat{P}_i im Gemischzustand $\hat{\rho}$ definit vorliegt, und es lediglich dem Beobachter subjektiv unbekannt ist, um welchen Zustand es sich handelt. Die w_i wären dann subjektive Wahrscheinlichkeiten, wie sie in der klassischen statistischen Mechanik auftreten. Jedoch zeigt sich das Versagen der Ignoranzinterpretation bereits darin, dass sich andernfalls das Gesamtsystem in einem der Zustände $|\psi'_i \otimes \chi'_k\rangle$ befinden müsste und daher seinerseits durch ein Gemisch, nicht aber durch den oben angegebenen reinen Zustand $|\Phi'\rangle$ zu beschreiben wäre.

Nach BERNARD D'ESPAGNAT (1965) bezeichnet man $\hat{\rho}$ auch als *improper mixture* (uneigentliches Gemisch) im Gegensatz zu einem für den Ausgang einer Messung angestrebten *proper mixture* (eigentliches Gemisch).⁴ Letzteres sollte eher in der Form $\hat{\gamma} = \{(w_i, \hat{P}_i)\}$ geschrieben werden, die zum Ausdruck bringt, dass tatsächlich einer der Zustände \hat{P}_i vorliegt und somit die Ignoranzinterpretation angewendet werden kann. Ein proper mixture beschreibt lediglich ein mit Wahrscheinlichkeiten gewichtetes Nebeneinanderstellen von Zuständen, von denen jedoch einer bereits faktisch vorliegt. Somit besteht das Messproblem der Quantentheorie mit anderen Worten darin, dass durch sie beschriebene Messprozesse lediglich auf improper, nicht jedoch auf proper mixture führen.

3 Dekohärenz

Die offenkundige Tatsache, dass es in Strenge keine abgeschlossenen Systeme gibt und somit immer eine Ankopplung von \mathcal{S} und \mathcal{A} an die Umgebung besteht, erfordert eine verfeinerte Analyse des Messprozesses. Wir betrachten ein System mit Zuständen $|\psi_n\rangle$, wobei jedem $|\psi_n\rangle$ nach (ideal angenommener) Ankopplung ein Umgebungszustand $|n\rangle$ entspricht. Die führt auf den reinen Zustand $|\Psi\rangle = \sum_n c_n |\psi_n\rangle |n\rangle$. Unter der Dekohärenzbedingung $\langle n|k\rangle \approx \delta_{ik}$, die besagt, dass die makroskopischen Umgebungszustände orthogonal aufeinander stehen (also als klassisches System approximierbar sind), folgt die reduzierte Dichtematrix $\rho \approx \sum_n |c_n|^2 |\psi_n\rangle \langle \psi_n|$. FAPP („for all practical purposes“, BELL 1990) sieht das System also nun aus wie ein (proper) mixture. Dieser Mechanismus wird als *Dekohärenz* bezeichnet.

²Allerdings kann ein „innerer Beobachter“ wie etwa das Messgerät \mathcal{A} als Teil des Gesamtsystems $\mathcal{S} \otimes \mathcal{A}$ seine Korrelationen mit \mathcal{S} nicht feststellen (BREUER 1997).

³Einige allgemeine Bemerkungen zu Dichtematrizen: Es gilt $Sp(X) = \sum_i \langle n|X|n\rangle$ für ein beliebiges Orthonormalsystem $\{|n\rangle\}$. Der Erwartungswert eines Operators ist dann $\langle \hat{A} \rangle = Sp(\hat{\rho} \hat{A})$, wie aus $\sum_n \langle n|\psi\rangle \langle \psi|\hat{A}|n\rangle = \sum_n \langle \psi|\hat{A}|n\rangle \langle n|\psi\rangle = \langle \psi|\hat{A}|\psi\rangle$ ersichtlich. Sei nun $\hat{\rho}_{\mathcal{A} \otimes \mathcal{B}}$ der Dichteoperator eines zusammengesetzten Systems $\mathcal{A} \otimes \mathcal{B}$, dann ist

$$\hat{\rho}_{\mathcal{A}} = Sp(\hat{\rho}_{\mathcal{A} \otimes \mathcal{B}}).$$

Man erhält also die reduzierte Dichtematrix eines Teilsystems durch Bildung der partiellen Spur über die Zustände des unberücksichtigt gebliebenen Systems (hierbei tritt zwangsläufig ein Informationsverlust auf). $\hat{\rho}_{\mathcal{A}}$ enthält alle und nur diejenige Information, die durch Anwendung von Operatoren, die nur im Raum der \mathcal{A} -Zustände wirken, erhältlich ist. Wegen $\hat{\rho}_{\mathcal{A}}^2 \neq \hat{\rho}_{\mathcal{A}}$ beschreibt $\hat{\rho}_{\mathcal{A}}$ keinen reinen Zustand mehr.

⁴Im Deutschen von einigen Autoren HEISENBERG (1930) folgend auch gelegentlich „Gemenge“ genannt (vgl. SÜSSMANN 1958 und MITTELSTAEDT 1963).

Es konnte inzwischen gezeigt werden, dass Dekohärenzeffekte mit extrem kurzen Dekohärenzzeiten in natürlichen Quantensystemen durch die jederzeit vorhandene (thermische) Umgebung – und sei es der kosmische Strahlungshintergrund – eine zentrale Rolle spielen, was eine „appearance of a classical world“ FAPP und so das Auftreten klassischer Messergebnisse plausibel macht GIULINI et al. 1996. Nach Ansicht von TEGMARK und WHEELER (2001) ist es daher an der Zeit, die – vom von Neumannschen Kollapspostulat beherrschten – „Lehrbücher der Quantenmechanik zu aktualisieren“. Wie im vorigen Abschnitt erläutert, wird durch Dekohärenz jedoch nicht der Unterschied zwischen improper und proper mixtures überwunden.

Literatur

- BELL, J. S. (1990). *Against 'Measurement'*. Physics World, 8: 33–40. Deutsche Übersetzung in Phys. Bl. 48 (1992) Nr. 4.
- BREUER, T. (1997). *Quantenmechanik: Ein Fall für Gödel?* Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg.
- ESPAGNAT, B. DE (1965). *Conceptions de la physique contemporaine*. Hermann, Paris. (Deutsche Ausgabe: *Grundprobleme der gegenwärtigen Physik*, Vieweg, Braunschweig, 1971).
- GIULINI, D., E. JOOS, C. KIEFER, J. KUPSCH, I.-O. STAMATESCU und H. D. ZEH (1996). *Decoherence and the Appearance of a Classical World in Quantum Theory*. Springer, Berlin.
- HEISENBERG, W. (1930). *Die physikalischen Prinzipien der Quantentheorie*. Hirzel, Leipzig.
- HUGHES, R. I. G. (1989). *The Structure and Interpretation of Quantum Mechanics*. Harvard University Press, Cambridge, MA.
- KRIPS, H. (1999). *Measurement in Quantum Theory*. Stanford Encyclopedia of Philosophy (<http://plato.stanford.edu>).
- LYRE, H. (1999). *Against Measurement?—On the Concept of Information*. In: BLANCHARD, P. und A. JADCZYK, Hrsg.: *Quantum Future*. Springer, Berlin. (E-print quant-ph/9709059).
- LYRE, H. (2002). *Informationstheorie. Eine philosophisch-naturwissenschaftliche Einführung*. Fink, München. (UTB 2289).
- MITTELSTAEDT, P. (1963). *Philosophische Probleme der modernen Physik*. B.I.-Wissenschaftsverlag, Mannheim. 7. Auflage 1989.
- MITTELSTAEDT, P. (1998). *The Interpretation of Quantum Mechanics and the Measurement Process*. Cambridge University Press, Cambridge.
- SÜSSMANN, G. (1958). *Über den Meßvorgang*. Abhandlungen der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse, Heft 88.
- TEGMARK, M. und J. A. WHEELER (2001). *100 Years of the Quantum*. Scientific American, February. (Deutsche Version: *100 Jahre Quantentheorie*, Spektrum der Wissenschaft, April 2001).