[**!**] Da der kommende Dienstag der 1. Mai ist, müssen diese Übungen leider ausfallen. Die Mittwochsübungen finden jedoch statt!

[H1] Ein quantenmechanisches System besitze nur zwei Energie-Eigenzustände $|\Lambda_1\rangle$ und $|\Lambda_2\rangle$ zu den beiden unterschiedlichen Energien E_1 und E_2.

(1) Wie sieht in dieser Basis ein beliebiger Zustand $\Psi(t)$ zur Zeit $t = 0$ aus, und wie entwickelt er sich im Laufe der Zeit?

(2) Geben Sie die Wahrscheinlichkeit $w(1, A, \Psi(t))$ an, für eine beliebige Observable A den ersten Meßwert zu beobachten. Hinweis: Es hilft, Bezeichnungen für die Komponenten des ersten Eigenvektors von A einzuführen.

(3) Warum kann nur die Energiedifferenz $E_1 - E_2$ gemessen werden? (3 P.)

[H2] Betrachten Sie nun ein System mit einem periodisch mit Frequenz ω' zeitlich veränderlichen Hamiltonoperator

$$H = \frac{\hbar\omega}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \delta e^{i\omega' t} \\ \delta e^{-i\omega' t} & 0 \end{pmatrix} .$$

(1) Finden Sie zwei normierte Lösungen $\Psi_+(t)$ und $\Psi_-(t)$ der Form

$$\Psi_+(t) = \begin{pmatrix} c_{1,+}e^{-i\omega_+ t} \\ c_{2,+}e^{-i(\omega_+ + \omega')t} \end{pmatrix} , \qquad \Psi_-(t) = \begin{pmatrix} c_{1,-}e^{-i\omega_- t} \\ c_{2,-}e^{-i(\omega_- + \omega')t} \end{pmatrix}$$

der Schrödingergleichung $i\hbar\partial_t\Psi_\pm(t) = H\Psi_\pm(t)$. Hinweis: Die Lösung dieses Problems läuft darauf hinaus, die Koeffizienten c_1, c_2 und die Frequenzen ω_+, ω_- zu bestimmen.

(2) Wie sieht ein beliebiger Zustand $\Psi(t)$ zur Zeit $t = 0$ in der Basis $\Psi_\pm(0)$ aus? Wie entwickelt er sich im Laufe der Zeit?

(3) Geben Sie wieder die Wahrscheinlichkeit $w(1, A, \Psi(t))$ an, den ersten Meßwert einer beliebigen Observable A zu beobachten (arbeiten Sie weiter in der Basis $\Psi_\pm(0)$).

(4) Welche Frequenzen können also gemessen werden? (4 P.)

[H3] Wieder einmal der *Harmonischer Oszillator*. Berechnen Sie für dieses in Vorlesung und Übung hinlänglich behandelte System die Erwartungswerte $\langle\phi_n|x^2|\phi_n\rangle$ sowie $\langle\phi_n|p^2|\phi_n\rangle$, wobei die Bezeichnungen aus der Präsenzübung IV.1 verwendet werden. Überlegen Sie, welche Werte $\langle\phi_n|x|\phi_n\rangle$ sowie $\langle\phi_n|p|\phi_n\rangle$ annehmen und berechnen Sie damit die Unschärfe $(\Delta_{\phi_n}x)^2(\Delta_{\phi_n}p)^2$ im Zustand $|\phi_n\rangle$. Hinweis: Drücken Sie x und p durch a und a^+ aus. (3 P.)