

Rechenmethoden der Physik II, Hausübung 9

Dozent: PD Dr. Michael Flohr

Übungsleiter: Markus Otto

Abgabe: Dienstag, 17.06.2008

[H25] Green'sche Funktion des harmonischen Oszillators (1 + 2 = 3 Punkte)

Wir betrachten den getriebenen Oszillator ohne Reibung

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \frac{1}{m} F(t)$$

mit externer Kraft $F(t)$.

- (a) Fingerübung: Zunächst sei $F(t) = F_0 \cos(\Omega t)$. $x(t) = ?$
- (b) Der harmonische Oszillator ruhe zur Zeit $t < 0$. Nun kommt ein Bösewicht daher und stößt den Oszillator blitzschnell zum Zeitpunkt $t = 0$ an. $F(t) = ?$ Flugs erhalten wir die zu lösende DGL für die Green'sche Funktion

$$\ddot{G}(t) + \omega^2 G(t) = \delta(t)$$

Für die Lösung der homogenen DGL empfiehlt sich nach Variation der Konstanten eine Reduktion der DGL-Ordnung per neuer Funktion. Schließlich sollte sich

$$G(t) = \frac{1}{\omega} \theta(t) \sin(\omega t)$$

ergeben. Tut es dies?

[H26] Maxwell-Gleichungen (1 + 1 + 1 + 2 = 5 Punkte)

Gegeben sei das elektrische Feld

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = (ctx + x^2 - y^2, cty + y^2, ctz + z^2 - y^2).$$

- (a) Maxwell-Gleichungen befragen: Welches Magnetfeld gehört dazu? Als Randbedingung darf $\vec{B}(\vec{x}, 0) = \vec{0}$ gesetzt werden.
- (b) Welche Ladungsdichte $\rho(\vec{x}, t)$ und Stromdichte $\vec{j}(\vec{x}, t)$ erzeugen die Felder?
- (c) Probe der Ergebnisse: Sind alle Maxwell-Gleichungen und die Konti erfüllt?
- (d) Man berechne die in einem Würfel mit den Ecken $(\pm a, \pm a, \pm a)$ enthaltene Ladung Q_W und überprüfe Gauß für das elektrische Feld.

Sehr stark Klausur-verdächtig, dieser Aufgabentyp...

[H27] Vektorpotential und Eichung (2 Punkte)

Man zeige: Das Vektorpotential

$$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \int d^3x' \frac{\vec{j}(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|}$$

erfülle bei stationärer Strom- und Ladungsverteilung die Coulomb-Eichbedingung $\nabla \cdot \vec{A} = 0$, während es beim nicht-stationären Fall die Lorentz-Eichbedingung erfüllt. Ob der Gauß'sche Satz dabei hilfreich ist?