N=2 Supersymmetrie

Seminar über Seiberg-Witten-Modelle und effektive supersymmetrische Yang-Mills-Theorien

Annekathrin Müller-Lohmann

Uni Bonn

Überblick über die letzten Vorträge

- Riemannsche Flächen (Michael Flohr)

Überblick über die letzten Vorträge

- Riemannsche Flächen (Michael Flohr)
- Magnetische Monopole in Eichtheorien

Überblick über die letzten Vorträge

- Riemannsche Flächen (Michael Flohr)
- Magnetische Monopole in Eichtheorien
  - Monopole I (Nils Carqueville)

Überblick über die letzten Vorträge

- Riemannsche Flächen (Michael Flohr)
- Magnetische Monopole in Eichtheorien
    - Monopole I (Nils Carqueville)
    - Monopole II (Magnus Engenhorst)

Überblick über die letzten Vorträge

- Riemannsche Flächen (Michael Flohr)
- Magnetische Monopole in Eichtheorien
  - Monopole I (Nils Carqueville)
  - Monopole II (Magnus Engenhorst)
- Supersymmetrische Eichtheorien

Überblick über die letzten Vorträge

- Riemannsche Flächen (Michael Flohr)
- Magnetische Monopole in Eichtheorien
  - Monopole I (Nils Carqueville)
  - Monopole II (Magnus Engenhorst)
- Supersymmetrische Eichtheorien
  - $N = 1$ Supersymmetrie (Johannes Meisig)

Überblick über die letzten Vorträge

- Riemannsche Flächen (Michael Flohr)
- Magnetische Monopole in Eichtheorien
  - Monopole I (Nils Carqueville)
  - Monopole II (Magnus Engenhorst)
- Supersymmetrische Eichtheorien
  - $N = 1$ Supersymmetrie (Johannes Meisig)
  - $N = 2$ Supersymmetrie kommt heute!

Ein kurzer Überblick

- Supersymmetrische $N = 2$ Lagrangians

Ein kurzer Überblick

- Supersymmetrische $N = 2$ Lagrangians
  - Eichfelder

Ein kurzer Überblick

- Supersymmetrische $N = 2$ Lagrangians
  - Eichfelder
  - Materiefelder

Ein kurzer Überblick

- Supersymmetrische $N = 2$ Lagrangians
  - Eichfelder
  - Materiefelder
- Zentrale Ladungen in der $N = 2$ supersymmetrischen Eichtheorie

Ein kurzer Überblick

- Supersymmetrische $N = 2$ Lagrangians
  - Eichfelder
  - Materiefelder
- Zentrale Ladungen in der $N = 2$ supersymmetrischen Eichtheorie
  - ”reine” Eichtheorie

Ein kurzer Überblick

- Supersymmetrische $N = 2$ Lagrangians
  - Eichfelder
  - Materiefelder
- Zentrale Ladungen in der $N = 2$ supersymmetrischen Eichtheorie
  - ”reine” Eichtheorie
  - mit Materie

Ein kurzer Überblick

- Supersymmetrische $N = 2$ Lagrangians
  - Eichfelder
  - Materiefelder
- Zentrale Ladungen in der $N = 2$ supersymmetrischen Eichtheorie
  - ”reine” Eichtheorie
  - mit Materie
- Zusammenfassung

N=2 Supersymmetrischer Lagrangian für Eichfelder

Konstruktion von $N = 2$ aus $N = 1$ SuSy

Das on-shell $N = 1$ skalare Multiplett (ϕ, ψ) und das Vektormultiplett (A_μ, λ) haben zusammen dieselbe Information wie das on-shell $N = 2$ Vektormultiplett $(\phi, \psi, \lambda, A_\mu)$:

Konstruktion von $N = 2$ aus $N = 1$ SuSy

Das on-shell $N = 1$ skalare Multiplett (ϕ, ψ) und das Vektormultiplett (A_μ, λ) haben zusammen dieselbe Information wie das on-shell $N = 2$ Vektormultiplett $(\phi, \psi, \lambda, A_\mu)$:

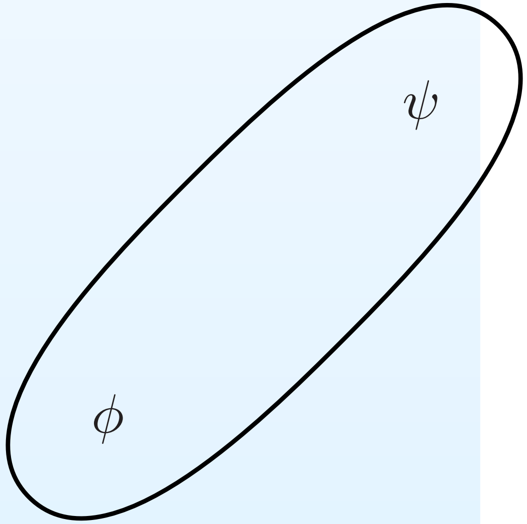
- $N = 1$

Konstruktion von $N = 2$ aus $N = 1$ SuSy

Das on-shell $N = 1$ skalare Multiplett (ϕ, ψ) und das Vektormultiplett (A_μ, λ) haben zusammen dieselbe Information wie das on-shell $N = 2$ Vektormultiplett $(\phi, \psi, \lambda, A_\mu)$:

- $N = 1$
  - $\lambda = 1/2$: ein Majorana Spinor und ein komplexer Skalar des chiralen Superfelds Φ:

$$|1/2\rangle,\ |0\rangle,\ |-1/2\rangle,\ |0\rangle$$



Konstruktion von $N = 2$ aus $N = 1$ SuSy

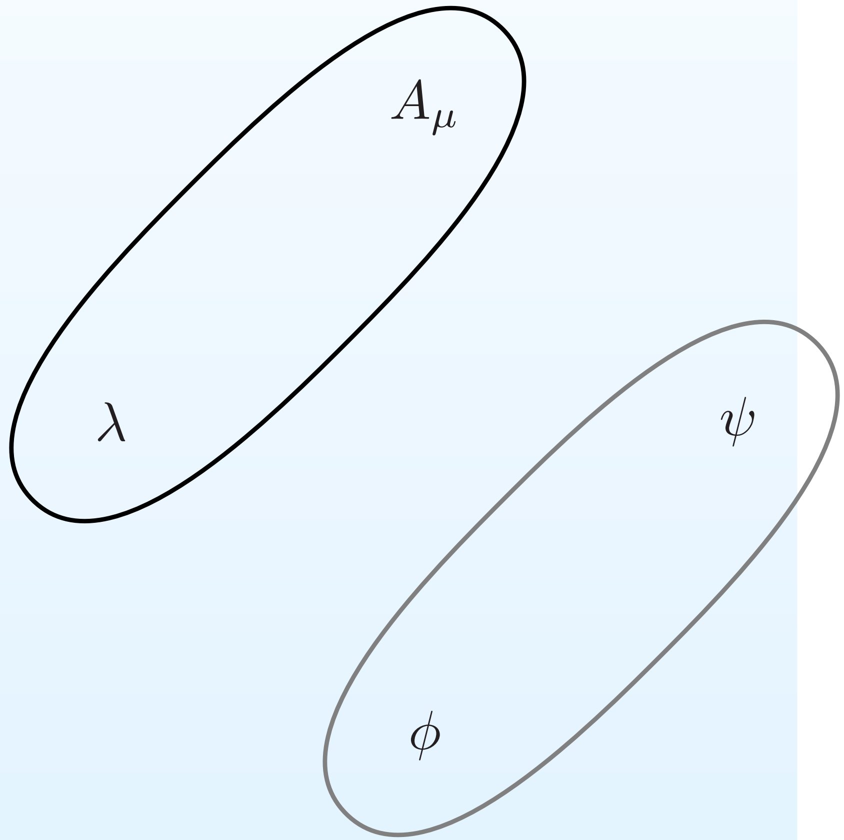
Das on-shell $N = 1$ skalare Multiplett (ϕ, ψ) und das Vektormultiplett (A_μ, λ) haben zusammen dieselbe Information wie das on-shell $N = 2$ Vektormultiplett $(\phi, \psi, \lambda, A_\mu)$:

- $N = 1$
  - $\lambda = 1/2$: ein Majorana Spinor und ein komplexer Skalar des chiralen Superfelds Φ:

    $$|1/2\rangle,\ |0\rangle,\ |-1/2\rangle,\ |0\rangle$$

  - $\lambda = 1$: ein masseloses Eichfeld (Vektor) und ein Majorana Spinor (gaugino) des Vektorsuperfelds V:

    $$|1\rangle,\ |1/2\rangle,\ |-1\rangle,\ |-1/2\rangle$$



Konstruktion von $N = 2$ aus $N = 1$ SuSy

- $N = 2$

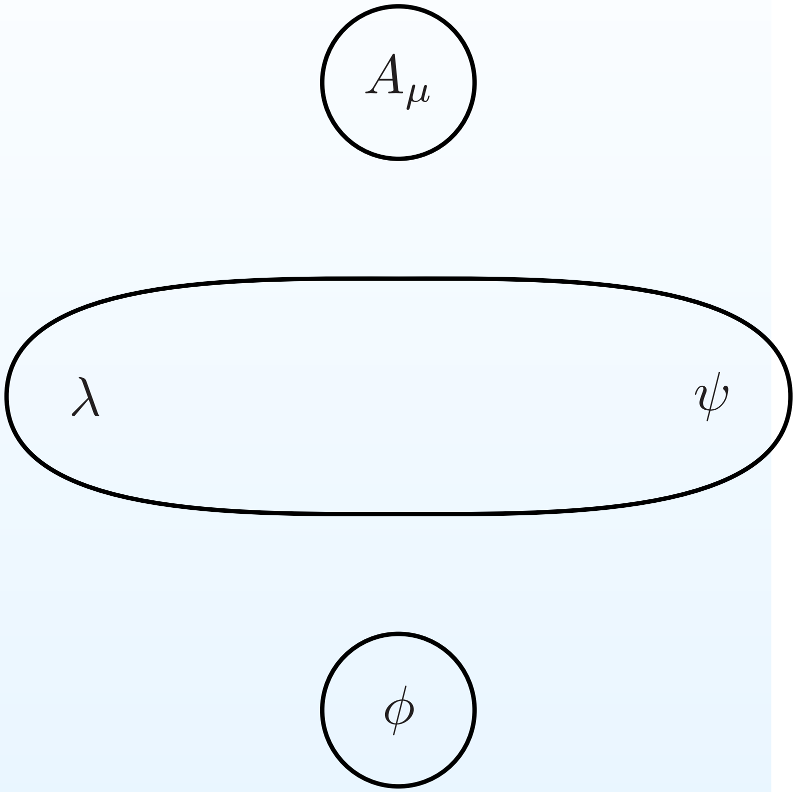
Konstruktion von $N = 2$ aus $N = 1$ SuSy

- $N = 2$
  - $\lambda = 1$: zwei Majorana Spinoren oder ein Dirac Spinor, ein masseloser Vektor und ein komplexer Skalar:

$$|1\rangle,\ 2|1/2\rangle,\ |0\rangle,$$

und die CPT-konjugierten Zustände zu den $\lambda \dots \lambda - N/2$

$$|-1\rangle,\ 2|-1/2\rangle,\ |0\rangle$$



Einschränkungen

Der so konstruierter Lagrangian ist aber nicht $N = 2$-supersymmetrisch. Dazu brauchen wir noch:

Einschränkungen

Der so konstruierter Lagrangian ist aber nicht $N = 2$-supersymmetrisch. Dazu brauchen wir noch:

- die Annahme: $(\phi, \psi, \lambda, A_\mu)$ sitzen im selben Multiplett. Dann gehören sie als Eichfeld auch zur selben Darstellung (der adjungierten) und die Generatoren

$$T^a_{ij} = -if^a_{ij} \tag{1}$$

  sind gleich.

Einschränkungen

Der so konstruierter Lagrangian ist aber nicht $N = 2$-supersymmetrisch. Dazu brauchen wir noch:

- die Annahme: $(\phi, \psi, \lambda, A_\mu)$ sitzen im selben Multiplett. Dann gehören sie als Eichfeld auch zur selben Darstellung (der adjungierten) und die Generatoren

$$T^a_{ij} = -if^a_{ij} \tag{1}$$

  sind gleich.
- die Gleichbehandlung der ψ^a und λ^a, da sie genau wie die beiden SuSy-Generatoren auf der gleichen Basis erscheinen. Damit ist

$$\mathcal{W} = 0, \tag{2}$$

  da es nur zu ψ^a koppelt. Das setzt auch die Normierung zwischen dem Yang-Mills- und dem Skalaren Teil des Lagrangians fest, denn die kinetischen Terme müssen gleich normiert sein, also skalieren wir:

$$\Phi \to \Phi/g \tag{3}$$

Der $N = 1$ SuSy-Lagrangian

Der $N = 1$ SuSy-Lagrangian hatte (wie Johannes bereits gezeigt hat) die Form:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{8\pi} \Im\mathrm{m} \left(\tau \mathrm{Tr} \int d^2\theta\, W^\alpha W_\alpha \right) + \int d^2\theta d^2\bar{\theta}\, \Phi^\dagger e^{-2V} \Phi + \int d^2\theta\, \mathcal{W} + \int d^2\bar{\theta}\, \bar{\mathcal{W}} \tag{4}$$

Der $N = 1$ SuSy-Lagrangian

Der $N = 1$ SuSy-Lagrangian hatte (wie Johannes bereits gezeigt hat) die Form:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = &\frac{1}{8\pi}\Im\mathrm{m}\left(\tau \mathrm{Tr}\int d^2\theta\, W^\alpha W_\alpha\right) + \int d^2\theta d^2\bar{\theta}\,\Phi^\dagger e^{-2V}\Phi \\ &+ \int d^2\theta\,\mathcal{W} + \int d^2\bar{\theta}\,\bar{\mathcal{W}}\end{aligned} \tag{4}$$

Das ist in Komponentenschreibweise:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = &-\frac{1}{4g^2}F^a_{\mu\nu}F^{a\mu\nu} + \frac{\theta}{32\pi^2}F^a_{\mu\nu}\tilde{F}^{a\mu\nu} - \frac{i}{g^2}\lambda^a\sigma^\mu D_\mu\bar{\lambda}^a + \frac{1}{2g^2}D^a D^a \\ &+ (\partial_\mu\phi - iA^a_\mu T^a\phi)^\dagger(\partial^\mu\phi - iA^{a\mu}T^a\phi) - i\bar{\psi}\bar{\sigma}(\partial_\mu\psi.iA^a_\mu T^a\psi) \\ &- D^a\phi^\dagger T^a\phi - i\sqrt{2}\phi^\dagger T^a\lambda^a\psi + i\sqrt{2}\bar{\psi}T^a\phi\bar{\lambda}^a + F_i^\dagger F_i \\ &+ \frac{\partial\mathcal{W}}{\partial\phi_i}F_i + \frac{\partial\mathcal{W}}{\partial\phi_i^\dagger} - \frac{1}{2}\frac{\partial\mathcal{W}^2}{\partial\phi_i\partial\phi_j}\psi_i\psi_j - \frac{1}{2}\frac{\partial\bar{\mathcal{W}}^2}{\partial\phi_i^\dagger\partial\phi_j^\dagger}\bar{\psi}_i\bar{\psi}_j\end{aligned} \tag{5}$$

Der erweiterte SuSy-Lagrangian

Mit den vor 2 Folien genannten Bedingungen bekommen wir daher für den $N = 2$ Lagrangian ($\Phi = \Phi^a T^a$):

$$\mathcal{L} = \frac{1}{8\pi} \Im\mathrm{m}\,\mathrm{Tr}\left[\tau\left(\int d^2\theta\, W^\alpha W_\alpha + 2\int d^2\theta d^2\bar{\theta}\,\Phi^\dagger e^{-2V}\Phi\right)\right], \tag{6}$$

Der erweiterte SuSy-Lagrangian

Mit den vor 2 Folien genannten Bedingungen bekommen wir daher für den $N = 2$ Lagrangian ($\Phi = \Phi^a T^a$):

$$\mathcal{L} = \frac{1}{8\pi} \Im\mathrm{m}\,\mathrm{Tr}\left[\tau\left(\int d^2\theta\, W^\alpha W_\alpha + 2\int d^2\theta d^2\bar{\theta}\,\Phi^\dagger e^{-2V}\Phi\right)\right], \tag{6}$$

Das Skalare Potential wird mit $\mathcal{W} = 0$ zu:

$$V = -\frac{1}{2g^2}\mathrm{Tr}\left(\left[\phi^\dagger, \phi\right]^2\right) \tag{7}$$

Der erweiterte SuSy-Lagrangian

Mit den vor 2 Folien genannten Bedingungen bekommen wir daher für den $N = 2$ Lagrangian ($\Phi = \Phi^a T^a$):

$$\mathcal{L} = \frac{1}{8\pi} \Im\mathrm{m}\,\mathrm{Tr}\left[\tau \left(\int d^2\theta\, W^\alpha W_\alpha + 2\int d^2\theta d^2\bar{\theta}\, \Phi^\dagger e^{-2V}\Phi\right)\right], \tag{6}$$

Das Skalare Potential wird mit $\mathcal{W} = 0$ zu:

$$V = -\frac{1}{2g^2}\mathrm{Tr}\left(\left[\phi^\dagger, \phi\right]^2\right) \tag{7}$$

Was uns nach Elimination der Hilfsfelder F und D^a den Lagrangian in Komponentenschreibweise gibt:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{g^2}\mathrm{Tr}\left(-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + g^2\frac{\theta}{32\pi^2}F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} - i\lambda\sigma^\mu D_\mu\bar{\lambda} - i\bar{\psi}\bar{\sigma}^\mu D_\mu\psi \right.$$
$$\left. + (D_\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi) - \frac{1}{2}[\phi^\dagger, \phi]^2 - i\sqrt{2}[\lambda, \psi]\phi^\dagger - i\sqrt{2}[\bar{\lambda}, \bar{\psi}]\phi\right) \tag{8}$$

Bemerkungen

- Gleichung (6) ist die supersymmetrische Version des Yang Mills Lagrangians inklusive Higgspotential V und θ-Term. Unser Higgsvakuum ist definiert durch $D_\mu \phi = 0$ und $V = 0$. Aus Gleichung (7) sieht man, dass wenn $[\phi, \phi^\dagger] = 0$, das Higgspotential für $\Phi \neq 0$ verschwindet.
  Für diese Fälle hat Nils gezeigt, dass wir ein Modell bekommen können, was Monopole, Dyonische Lösungen und massive Eichbosonen enthält.

Bemerkungen

- Gleichung (6) ist die supersymmetrische Version des Yang Mills Lagrangians inklusive Higgspotential V und θ-Term. Unser Higgsvakuum ist definiert durch $D_\mu \phi = 0$ und $V = 0$. Aus Gleichung (7) sieht man, dass wenn $[\phi, \phi^\dagger] = 0$, das Higgspotential für $\Phi \neq 0$ verschwindet.
  Für diese Fälle hat Nils gezeigt, dass wir ein Modell bekommen können, was Monopole, Dyonische Lösungen und massive Eichbosonen enthält.
- Wenn wir eine Theorie haben möchten, die nur bis zu einem Energiecutoff $\Lambda < M_{LP}$ gültig sein soll, haben wir keine massiven on-shell Zustände und wir können die Theorie durch eine sogenannte *Wilsonian low-energy effective action* beschreiben.
  Diese bekommt man durch Ausintegrieren aller massiven Zustände und Integrieren über alle masselosen Anregungen oberhalb des cutoffs.
  Für $N = 2$ Supersymmetrie ist diese Prozedur weniger kompliziert, da die Wirkung stark eingeschränkt wird [1].

$N = 2$ Superraum Formulierung

Naiv gesehen, haben wir den $N = 2$ Superraum durch Addition von 4 zusätzlichen fermionischen Freiheitsgraden $\tilde{\theta}$ und $\bar{\tilde{\theta}}$ zum $N = 1$ Superraum bekommen.

$N = 2$ Superraum Formulierung

Naiv gesehen, haben wir den $N = 2$ Superraum durch Addition von 4 zusätzlichen fermionischen Freiheitsgraden $\tilde{\theta}$ und $\bar{\tilde{\theta}}$ zum $N = 1$ Superraum bekommen.
Daher kann man ein $N = 2$ Superfeld schreiben als

$$\Psi(x, \theta, \bar{\theta}, \tilde{\theta}, \bar{\tilde{\theta}}). \tag{9}$$

$N = 2$ Superraum Formulierung

Naiv gesehen, haben wir den $N = 2$ Superraum durch Addition von 4 zusätzlichen fermionischen Freiheitsgraden $\tilde{\theta}$ und $\bar{\tilde{\theta}}$ zum $N = 1$ Superraum bekommen.
Daher kann man ein $N = 2$ Superfeld schreiben als

$$\Psi(x, \theta, \bar{\theta}, \tilde{\theta}, \bar{\tilde{\theta}}). \tag{9}$$

Dieses Superfeld soll jetzt dieselben Komponenten haben wie ein $N = 2$ Vektormultiplett, d.h. es muss reell und chiral in den θ und $\tilde{\theta}$ sein. Das gibt uns die Bedingungen:

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}}\Psi = 0 \quad \text{und} \bar{\tilde{D}}_{\dot{\alpha}}\Psi = 0 \tag{10}$$

$N = 2$ Superraum Formulierung

Naiv gesehen, haben wir den $N = 2$ Superraum durch Addition von 4 zusätzlichen fermionischen Freiheitsgraden $\tilde{\theta}$ und $\bar{\tilde{\theta}}$ zum $N = 1$ Superraum bekommen.
Daher kann man ein $N = 2$ Superfeld schreiben als

$$\Psi(x, \theta, \bar{\theta}, \tilde{\theta}, \bar{\tilde{\theta}}). \tag{9}$$

Dieses Superfeld soll jetzt dieselben Komponenten haben wie ein $N = 2$ Vektormultiplett, d.h. es muss reell und chiral in den θ und $\tilde{\theta}$ sein. Das gibt uns die Bedingungen:

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}}\Psi = 0 \quad \text{und} \bar{\tilde{D}}_{\dot{\alpha}}\Psi = 0 \tag{10}$$

Angeordnet in Potenzen von $\tilde{\theta}$ ergibt das:

$$\Psi = \Psi^{(1)}(\tilde{y}, \theta) + \sqrt{2}\tilde{\theta}^{\alpha}\Psi^{(2)}_{\alpha}(\tilde{y}, \theta) + \tilde{\theta}^{\alpha}\tilde{\theta}_{\alpha}\Psi^{(3)}(\tilde{y}, \theta) \tag{11}$$

wobei $\tilde{y}^{\mu} = x^{\mu} + i\theta\sigma^{\mu}\bar{\theta} + i\tilde{\theta}\sigma^{\mu}\bar{\tilde{\theta}}$.

Die Komponenten des Eichfelds

$$\Psi = \Psi^{(1)}(\tilde{y},\theta) + \sqrt{2}\tilde{\theta}^{\alpha}\Psi^{(2)}_{\alpha}(\tilde{y},\theta) + \tilde{\theta}^{\alpha}\tilde{\theta}_{\alpha}\Psi^{(3)}(\tilde{y},\theta) \qquad (12)$$

Durch Komponentenvergleich in $\tilde{\theta}$ erhält man die einzelnen Terme:

Die Komponenten des Eichfelds

$$\Psi = \Psi^{(1)}(\tilde{y},\theta) + \sqrt{2}\tilde{\theta}^{\alpha}\Psi^{(2)}_{\alpha}(\tilde{y},\theta) + \tilde{\theta}^{\alpha}\tilde{\theta}_{\alpha}\Psi^{(3)}(\tilde{y},\theta) \tag{12}$$

Durch Komponentenvergleich in $\tilde{\theta}$ erhält man die einzelnen Terme:

- $\Psi^{(1)}$ hat klarerweise dieselbe Form wie das chirale Superfeld Φ als ”kleinste mögliche Ordnung”

Die Komponenten des Eichfelds

$$\Psi = \Psi^{(1)}(\tilde{y},\theta) + \sqrt{2}\tilde{\theta}^{\alpha}\Psi^{(2)}_{\alpha}(\tilde{y},\theta) + \tilde{\theta}^{\alpha}\tilde{\theta}_{\alpha}\Psi^{(3)}(\tilde{y},\theta) \tag{12}$$

Durch Komponentenvergleich in $\tilde{\theta}$ erhält man die einzelnen Terme:

- $\Psi^{(1)}$ hat klarerweise dieselbe Form wie das chirale Superfeld Φ als "kleinste mögliche Ordnung"
- $\Psi^{(2)}_{\alpha} = W_{\alpha}(\tilde{y},\theta)$ mit der nicht abelschen Eichfeldstärke

$$W_{\alpha} = T^{a}\left(-i\lambda^{a}_{\alpha} + \theta_{\alpha}D^{a} - \frac{i}{2}(\sigma^{\mu}\bar{\sigma}^{\nu}\theta)_{\alpha}F^{a}_{\mu\nu} + \theta^{2}\sigma^{\mu}D_{\mu}\bar{\lambda}^{a}\right) \tag{13}$$

Die Komponenten des Eichfelds

$$\Psi = \Psi^{(1)}(\tilde{y},\theta) + \sqrt{2}\tilde{\theta}^{\alpha}\Psi^{(2)}_{\alpha}(\tilde{y},\theta) + \tilde{\theta}^{\alpha}\tilde{\theta}_{\alpha}\Psi^{(3)}(\tilde{y},\theta) \tag{12}$$

Durch Komponentenvergleich in $\tilde{\theta}$ erhält man die einzelnen Terme:

- $\Psi^{(1)}$ hat klarerweise dieselbe Form wie das chirale Superfeld Φ als "kleinste mögliche Ordnung"
- $\Psi^{(2)}_{\alpha} = W_{\alpha}(\tilde{y},\theta)$ mit der nicht abelschen Eichfeldstärke

$$W_{\alpha} = T^{a}\left(-i\lambda^{a}_{\alpha} + \theta_{\alpha}D^{a} - \frac{i}{2}(\sigma^{\mu}\bar{\sigma}^{\nu}\theta)_{\alpha}F^{a}_{\mu\nu} + \theta^{2}\sigma^{\mu}D_{\mu}\bar{\lambda}^{a}\right) \tag{13}$$

- $$\Psi^{(3)} = \Phi^{\dagger}(\tilde{y}-i\theta\sigma\bar{\theta},\theta,\bar{\theta})\exp\left[2gV(\tilde{y}-i\theta\sigma\bar{\theta},\theta,\bar{\theta})\right]\Big|_{\bar{\theta}\bar{\theta}} \tag{14}$$

  wobei Φ ebenfalls in seine Komponentenfelder $\phi(x)$, $\psi(x)$ und $F(x)$ expandiert wird.

Der allgemeinste $N = 2$ Eichfeld-Lagrangian

Mit dem Superfeld Ψ können wir nun den allgemeinsten $N = 2$ Lagrangian für Eichfelder aufstellen. Für eine allgemeine Funktion $\mathcal{F}(\Psi)$ konstruieren wir:

Der allgemeinste $N = 2$ Eichfeld-Lagrangian

Mit dem Superfeld Ψ können wir nun den allgemeinsten $N = 2$ Lagrangian für Eichfelder aufstellen. Für eine allgemeine Funktion $\mathcal{F}(\Psi)$ konstruieren wir:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4\pi} \Im\mathfrak{m} \mathrm{Tr} \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \mathcal{F}(\Psi), \tag{16}$$

wobei $\mathcal{F}$ als $N = 2$ *Präpotential* bezeichnet wird.

Der allgemeinste $N = 2$ Eichfeld-Lagrangian

Mit dem Superfeld Ψ können wir nun den allgemeinsten $N = 2$ Lagrangian für Eichfelder aufstellen. Für eine allgemeine Funktion $\mathcal{F}(\Psi)$ konstruieren wir:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4\pi} \Im\mathfrak{m} \mathrm{Tr} \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \mathcal{F}(\Psi), \tag{16}$$

wobei $\mathcal{F}$ als $N = 2$ *Präpotential* bezeichnet wird. Für den Fall der $N = 2$ Yang-Mills Theorie ist $\mathcal{F} = \Psi^2$, da die Theorie renormalisierbar sein soll (z.B. geben Terme in der Ordnung > 3 in chiralen Feldern Probleme).

Der allgemeinste $N = 2$ Eichfeld-Lagrangian

Mit dem Superfeld Ψ können wir nun den allgemeinsten $N = 2$ Lagrangian für Eichfelder aufstellen. Für eine allgemeine Funktion $\mathcal{F}(\Psi)$ konstruieren wir:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4\pi} \mathfrak{Im} \mathrm{Tr} \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \mathcal{F}(\Psi), \tag{16}$$

wobei $\mathcal{F}$ als $N = 2$ *Präpotential* bezeichnet wird. Für den Fall der $N = 2$ Yang-Mills Theorie ist $\mathcal{F} = \Psi^2$, da die Theorie renormalisierbar sein soll (z.B. geben Terme in der Ordnung > 3 in chiralen Feldern Probleme). Man kann zeigen, dass $\mathcal{F}$ nur von Ψ und nicht von $\Psi^\dagger$ abhängt, demnach ist es *holomorph* und wir können mit $\mathcal{F}_a = \partial \mathcal{F} / \partial \Phi^a$ schreiben:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{8\pi} \mathfrak{Im} \left(\int d^2\theta \mathcal{F}_{ab}(\Phi) W^{a\alpha} W^b_\alpha + 2 \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \left(\Phi^\dagger e^{-2gV} \right)^a F_a(\Phi) \right) \tag{17}$$

Das Kählerpotential und die Metrik

Die gerade erhaltene Theorie wird *mikroskopisch* genannt.
Sie beschreibt die Vorgänge bei hohen Energien und ist bekannterweise asymptotisch frei.
Für eine effektive Theorie bei niedrigen Energien, ist Renormalisierbarkeit aber keine unbedingte Vorrausetzung, daher kann dort das Präpotential kompliziertere Formen annehmen.

Das Kählerpotential und die Metrik

Die gerade erhaltene Theorie wird *mikroskopisch* genannt. Sie beschreibt die Vorgänge bei hohen Energien und ist bekannterweise asymptotisch frei.
Für eine effektive Theorie bei niedrigen Energien, ist Renormalisierbarkeit aber keine unbedingte Vorrausetzung, daher kann dort das Präpotential kompliziertere Formen annehmen.
Aus der Gleichung (17) können wir das Kählerpotential ablesen:

$$\mathcal{K} = \mathfrak{Im}\, \Phi^{\dagger a} \mathcal{F}_a(\Phi) \tag{18}$$

Das Kählerpotential und die Metrik

Die gerade erhaltene Theorie wird *mikroskopisch* genannt. Sie beschreibt die Vorgänge bei hohen Energien und ist bekannterweise asymptotisch frei.
Für eine effektive Theorie bei niedrigen Energien, ist Renormalisierbarkeit aber keine unbedingte Vorrausetzung, daher kann dort das Präpotential kompliziertere Formen annehmen.
Aus der Gleichung (17) können wir das Kählerpotential ablesen:

$$\mathcal{K} = \mathfrak{Im}\, \Phi^{\dagger a} \mathcal{F}_a(\Phi) \tag{18}$$

Das Kählerpotential wird erzeugt durch eine Metrik

$$g_{ab} = \mathfrak{Im} \partial_a \partial_b \mathcal{F} \tag{19}$$

im Raum der Felder. Mehr dazu steht im Nakahara ([4]), Seite 326 - 336.

N=2 Supersymmetrischer Lagrangian für Materiefelder

Das Hypermultiplett

Materie und Eichfelder transformieren sich unter verschiedenen Darstellungen der Eichgruppe (z.B. fundamentale vs. adjungierte Darstellung), da sie verschiedene Massen besitzen.

Das Hypermultiplett

Materie und Eichfelder transformieren sich unter verschiedenen Darstellungen der Eichgruppe (z.B. fundamentale vs. adjungierte Darstellung), da sie verschiedene Massen besitzen.
Das $N = 2$ Materiesupermultiplett wird *Hypermultiplett* genannt und enthält zwei komplexe Skalare und zwei Majoranaspinoren innerhalb einer Darstellung der Eichgruppe.

Das Hypermultiplett

Materie und Eichfelder transformieren sich unter verschiedenen Darstellungen der Eichgruppe (z.B. fundamentale vs. adjungierte Darstellung), da sie verschiedene Massen besitzen.
Das $N = 2$ Materiesupermultiplett wird *Hypermultiplett* genannt und enthält zwei komplexe Skalare und zwei Majoranaspinoren innerhalb einer Darstellung der Eichgruppe.
In der $N = 1$ Notation enthält das Hypermultiplett also ein chirales Superfeld $Q(q, \psi_q, F_q)$ und ein antichirales Superfeld $\tilde{Q}^\dagger(\tilde{q}, \psi_{\tilde{q}}, F_{\tilde{q}})$.

Das Hypermultiplett

Materie und Eichfelder transformieren sich unter verschiedenen Darstellungen der Eichgruppe (z.B. fundamentale vs. adjungierte Darstellung), da sie verschiedene Massen besitzen.
Das $N = 2$ Materiesupermultiplett wird *Hypermultiplett* genannt und enthält zwei komplexe Skalare und zwei Majoranaspinoren innerhalb einer Darstellung der Eichgruppe.
In der $N = 1$ Notation enthält das Hypermultiplett also ein chirales Superfeld $Q(q, \psi_q, F_q)$ und ein antichirales Superfeld $\tilde{Q}^\dagger(\tilde{q}, \psi_{\tilde{q}}, F_{\tilde{q}})$.
Johannes hat gezeigt, dass die Massen massiver Hypermultipletts in der zentralen Erweiterung der SuSy-Algebra zu finden sind.

Der $m \neq 0$ Lagrangian für N_f Hypermultipletts

Der Lagrangian für N_f Hypermultipletts $(i = 1, \ldots, N_f)$, die mit einem $N = 2$ Vektormultiplett (also dem Eichfeld) wechselwirken, ist:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & \int d\theta^4 \underbrace{\left(Q_i^\dagger e^{-2V} Q_i + \tilde{Q}_i e^{2V} \tilde{Q}_i^\dagger\right)}_{(*)} \\ & + \int d\theta^2 \left(\underbrace{\sqrt{2}\tilde{Q}_i \Phi Q_i}_{(**)} + \underbrace{m_i \tilde{Q}_i Q_i}_{\text{Massenterm}} \right) + h.c. + \mathcal{L}_{\mathcal{F}(\Psi)}\end{aligned} \tag{20}$$

Der $m \neq 0$ Lagrangian für N_f Hypermultipletts

Der Lagrangian für N_f Hypermultipletts $(i = 1, \ldots, N_f)$, die mit einem $N = 2$ Vektormultiplett (also dem Eichfeld) wechselwirken, ist:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = &\int d\theta^4 \underbrace{\left(Q_i^\dagger e^{-2V} Q_i + \tilde{Q}_i e^{2V} \tilde{Q}_i^\dagger \right)}_{(*)} \\ &+ \int d\theta^2 \left(\underbrace{\sqrt{2}\tilde{Q}_i \Phi Q_i}_{(**)} + \underbrace{m_i \tilde{Q}_i Q_i}_{\text{Massenterm}} \right) + h.c. + \mathcal{L}_{\mathcal{F}(\Psi)} \end{aligned} \tag{20}$$

Dabei ist $(*)$ die minimale Kopplung der beiden chiralen Superfelder des Hypermultipletts zum Yang-Mills Eichvektorfeld V und $(**)$ ein weiterer möglicher Term in $N = 2$ Supersymmetrie.

Bemerkungen

Nach Elimination der Hilfsfelder F_q und $F_{\tilde{q}}$ ist das skalare Potential mit den Gruppengeneratoren λ^a in der fundamentalen Darstellung:

$$V = \frac{g^2}{2} \sum_a D_a D^a \quad \text{mit} \quad D^a = \sum_i^{N_f} \left(q_i^\dagger \lambda^a q_i - \tilde{q}_i \lambda^a \tilde{q}_i^\dagger \right) \tag{21}$$

Bemerkungen

Nach Elimination der Hilfsfelder F_q und $F_{\tilde{q}}$ ist das skalare Potential mit den Gruppengeneratoren λ^a in der fundamentalen Darstellung:

$$V = \frac{g^2}{2} \sum_a D_a D^a \quad \text{mit} \quad D^a = \sum_i^{N_f} \left(q_i^\dagger \lambda^a q_i - \tilde{q}_i \lambda^a \tilde{q}_i^\dagger \right) \tag{21}$$

Die $N = 2$ Superalgebra hat eine globale $SU(2)_R$-Symmetrie, die auch im Lagrangian auftreten sollte. In der $N = 1$-Notation des Hypermultipletts mit den Q_i und $\tilde{Q}_i^\dagger$ ist sie versteckt, da sich q_i und $\tilde{q}_i^\dagger$ als Doublett transformieren.

Minimierung des skalaren Potentials

Um das Vakuum der Theorie zu finden müssen offensichtlich die Beiträge des D-Terms und des Massenterms minimal werden.

Minimierung des skalaren Potentials

Um das Vakuum der Theorie zu finden müssen offensichtlich die Beiträge des D-Terms und des Massenterms minimal werden. Betrachtet man das skalare Potential,

$$V = \frac{g^2}{2} \sum_a D_a D^a \quad \text{mit} \quad D^a = \sum_i^{N_f} \left(q_i^\dagger \lambda^a q_i - \tilde{q}_i \lambda^a \tilde{q}_i^\dagger \right) \tag{22}$$

ist leicht ersichtlich, dass es für $m_i \neq 0$ nur eine einzige Lösung gibt:

$$q_i = \tilde{q}_i = 0 \quad \forall i \tag{23}$$

Minimierung des skalaren Potentials

Um das Vakuum der Theorie zu finden müssen offensichtlich die Beiträge des D-Terms und des Massenterms minimal werden. Betrachtet man das skalare Potential,

$$V = \frac{g^2}{2}\sum_a D_a D^a \quad \text{mit} \quad D^a = \sum_i^{N_f}\left(q_i^\dagger \lambda^a q_i - \tilde{q}_i \lambda^a \tilde{q}_i^\dagger\right) \tag{22}$$

ist leicht ersichtlich, dass es für $m_i \neq 0$ nur eine einzige Lösung gibt:

$$q_i = \tilde{q}_i = 0 \quad \forall i \tag{23}$$

Für $m_i = 0$ kann man den D-Term für eine nichtverschwindende Menge von q_i, $\tilde{q}_i$ minimieren, in dem man

$$D^a = \sum_i^{N_f}\left(q_i^\dagger \lambda^a q_i - \tilde{q}_i \lambda^a \tilde{q}_i^\dagger\right) = 0 \tag{24}$$

löst. In diesem Fall hat das Potential ”flache Richtungen”.

Minimierung des skalaren Potentials

Um das Vakuum der Theorie zu finden müssen offensichtlich die Beiträge des D-Terms und des Massenterms minimal werden. Betrachtet man das skalare Potential,

$$V = \frac{g^2}{2} \sum_a D_a D^a \quad \text{mit} \quad D^a = \sum_i^{N_f} \left(q_i^\dagger \lambda^a q_i - \tilde{q}_i \lambda^a \tilde{q}_i^\dagger \right) \tag{22}$$

ist leicht ersichtlich, dass es für $m_i \neq 0$ nur eine einzige Lösung gibt:

$$q_i = \tilde{q}_i = 0 \quad \forall i \tag{23}$$

Für $m_i = 0$ kann man den D-Term für eine nichtverschwindende Menge von q_i, $\tilde{q}_i$ minimieren, in dem man

$$D^a = \sum_i^{N_f} \left(q_i^\dagger \lambda^a q_i - \tilde{q}_i \lambda^a \tilde{q}_i^\dagger \right) = 0 \tag{24}$$

löst. In diesem Fall hat das Potential ”flache Richtungen”. Allerdings folgt aus $\tilde{Q}\Phi Q$, dass $\phi_{\text{Vakuum}} = a = 0$.

Minimierung des D-Terms

Gleichung (24) kann gelöst werden, indem man die $q_\alpha^{(i)}$ als Menge von N_c Vektoren aus $\mathcal{C}^{N_f}$ betrachtet. Hierbei spielt das α die Rolle eines Farbindizes der $SU(2)_R$-Symmetrie.

Minimierung des D-Terms

Gleichung (24) kann gelöst werden, indem man die $q_\alpha^{(i)}$ als Menge von N_c Vektoren aus $\mathcal{C}^{N_f}$ betrachtet. Hierbei spielt das α die Rolle eines Farbindizes der $SU(2)_R$-Symmetrie. In dieser Schreibweise haben wir ein Skalarprodukt

$$\sum_i q_\alpha^{(i)} q_\beta^{\dagger(i)} = q_\alpha \bullet q_\beta^\dagger = (qq^\dagger)_{\alpha\beta} \tag{25}$$

Minimierung des D-Terms

Gleichung (24) kann gelöst werden, indem man die $q_\alpha^{(i)}$ als Menge von N_c Vektoren aus $\mathcal{C}^{N_f}$ betrachtet. Hierbei spielt das α die Rolle eines Farbindizes der $SU(2)_R$-Symmetrie. In dieser Schreibweise haben wir ein Skalarprodukt

$$\sum_i q_\alpha^{(i)} q_\beta^{\dagger(i)} = q_\alpha \bullet q_\beta^\dagger = (qq^\dagger)_{\alpha\beta} \tag{25}$$

(genauso für $\tilde{q}$). Also können wir den D-Term vereinfachen:

$$D^a = \text{Tr}\left[\left(qq^\dagger - \tilde{q}\tilde{q}^\dagger\right)\lambda^a\right] = 0 \tag{26}$$

Minimierung des D-Terms

Gleichung (24) kann gelöst werden, indem man die $q_\alpha^{(i)}$ als Menge von N_c Vektoren aus $\mathcal{C}^{N_f}$ betrachtet. Hierbei spielt das α die Rolle eines Farbindizes der $SU(2)_R$-Symmetrie. In dieser Schreibweise haben wir ein Skalarprodukt

$$\sum_i q_\alpha^{(i)} q_\beta^{\dagger(i)} = q_\alpha \bullet q_\beta^\dagger = (qq^\dagger)_{\alpha\beta} \tag{25}$$

(genauso für $\tilde{q}$). Also können wir den D-Term vereinfachen:

$$D^a = \text{Tr}\left[\left(qq^\dagger - \tilde{q}\tilde{q}^\dagger\right)\lambda^a\right] = 0 \tag{26}$$

Da die λ^a in einer reduziblen Darstellung der $SU(N_c)$ leben (denn sie sind die Generatoren der Fundamentaldarstellung), gilt nach dem Schurschen Lemma

$$qq^\dagger - \tilde{q}\tilde{q}^\dagger = c^2 \mathbb{1}_{N_c} \tag{27}$$

die Lösung der Gleichung (24). Hierbei gibt es zwei mögliche Fälle: $N_f < N_c$ und $N_f \geq N_c$

Minimierung des D-Terms

- $N_f < N_c$: Die Matrizen $qq^\dagger$ und $\tilde{q}^\dagger\tilde{q}$ haben Rang N_f und damit $N_c - N_f$ Nulleigenwerte.

Minimierung des D-Terms

- $N_f < N_c$: Die Matrizen $qq^\dagger$ und $\tilde{q}^\dagger\tilde{q}$ haben Rang N_f und damit $N_c - N_f$ Nulleigenwerte.

Mit Hilfe von $SU(N_c) \times SU(N_f) \times U(1)_R$-Rotationen kann man eine Matrix diagonalisieren und nach Gleichung (27) ist die jeweils andere auch diagonal. In der neuen Basis sind q und $\tilde{q}$ dann:

$$q = \begin{pmatrix} v_1^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & v_2^{(2)} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ & & & v_{N_f}^{(N_f)} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \end{pmatrix}, \; \tilde{q} = \begin{pmatrix} \tilde{v}_1^{(1)} & 0 & \dots & & 0 & \dots \\ 0 & \tilde{v}_2^{(2)} & & & 0 & \dots \\ \vdots & & \ddots & & & \\ 0 & & & \tilde{v}_{N_f}^{(N_f)} & 0 & \dots \end{pmatrix}. \tag{28}$$

Minimierung des D-Terms

- Da verschwindende Eigenwerte vorhanden sind, muss $c = 0$ gelten und damit $v_i^{(i)} = \tilde{v}_i^{(i)}$. Damit ist die Symmetrie zu $SU(N_c - N_f)$ gebrochen. Das gilt bis auf den Fall, wo $N_f = N_c - 1$, da dann eine totale Symmetriebrechung stattfindet.

Minimierung des D-Terms

- Da verschwindende Eigenwerte vorhanden sind, muss $c = 0$ gelten und damit $v_i^{(i)} = \tilde{v}_i^{(i)}$. Damit ist die Symmetrie zu $SU(N_c - N_f)$ gebrochen. Das gilt bis auf den Fall, wo $N_f = N_c - 1$, da dann eine totale Symmetriebrechung stattfindet.
- $2N_f N_c - N_f^2$ Quarksuperfelder werden massiv und die verbleibenden N_f^2 Quarkfelder bleiben masselos, wie bereits aus Quantenfeldtheorien mit Higgsfeldern und Goldstonebosonen bekannt.

Minimierung des D-Terms

- $N_f \geq N_c$: Die Matrizen $qq^\dagger$ und $\tilde{q}^\dagger\tilde{q}$ haben Rang N_c also i.A. keine Nulleigenwerte und wir erhalten:

Minimierung des D-Terms

- $N_f \geq N_c$: Die Matrizen $qq^\dagger$ und $\tilde{q}^\dagger \tilde{q}$ haben Rang N_c also i.A. keine Nulleigenwerte und wir erhalten:

$$q = \begin{pmatrix} v_1^{(1)} & 0 & \dots & & 0 & \dots \\ 0 & v_2^{(2)} & & & 0 & \dots \\ \vdots & & \ddots & & & \\ 0 & & & v_{N_f}^{(N_f)} & 0 & \dots \end{pmatrix}, \; \tilde{q} = \begin{pmatrix} \tilde{v}_1^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \tilde{v}_2^{(2)} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ & & & \tilde{v}_{N_f}^{(N_f)} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \end{pmatrix}. \tag{29}$$

Minimierung des D-Terms

- $N_f \geq N_c$: Die Matrizen $qq^\dagger$ und $\tilde{q}^\dagger \tilde{q}$ haben Rang N_c also i.A. keine Nulleigenwerte und wir erhalten:

$$q = \begin{pmatrix} v_1^{(1)} & 0 & \dots & & 0 & \dots \\ 0 & v_2^{(2)} & & & 0 & \dots \\ \vdots & & \ddots & & & \\ 0 & & & v_{N_f}^{(N_f)} & 0 & \dots \end{pmatrix}, \; \tilde{q} = \begin{pmatrix} \tilde{v}_1^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \tilde{v}_2^{(2)} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ & & & \tilde{v}_{N_f}^{(N_f)} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \end{pmatrix}. \tag{29}$$

Da jetzt ja allgemein $c \neq 0$ erhalten wir

$$\tilde{v}_i^{(i)} = \sqrt{|v_i^{(i)}|^2 - c^2} \tag{30}$$

Damit ist die $N = 2$ Supersymmetrie komplett gebrochen; die Struktur ist abhängig von den Werten der $v_i^{(i)}$. Für $N_f > N$ haben wir verbleibende R-Symmetrien.

Zentrale Ladungen in der reinen N=2 Eichtheorie

Zentrale Ladungen und Superströme

Johannes hat gezeigt, dass in einer $N = 2$ Susyalgebra mit zentralen Ladungen eine Grenze für die Teilchenmassen existiert:

$$M \geq \sqrt{2}|Z|, \tag{31}$$

die dieselbe Grenze ist, wie die der BPS-Massen aus den elektrischen und magnetischen Ladungen aus Nils' Vortrag.

Zentrale Ladungen und Superströme

Johannes hat gezeigt, dass in einer $N = 2$ Susyalgebra mit zentralen Ladungen eine Grenze für die Teilchenmassen existiert:

$$M \geq \sqrt{2}|Z|, \tag{31}$$

die dieselbe Grenze ist, wie die der BPS-Massen aus den elektrischen und magnetischen Ladungen aus Nils' Vortrag. Algebraisch gesehen, sind die zentralen Ladungen das Ergebnis der Kommutatoren der Superladungen Q^I_α, die wiederum räumliche Integrale der 0-Komponenten der Superströme $S^{I\mu}_\alpha$ sind.

Zentrale Ladungen und Superströme

Johannes hat gezeigt, dass in einer $N = 2$ Susyalgebra mit zentralen Ladungen eine Grenze für die Teilchenmassen existiert:

$$M \geq \sqrt{2}|Z|, \tag{31}$$

die dieselbe Grenze ist, wie die der BPS-Massen aus den elektrischen und magnetischen Ladungen aus Nils' Vortrag. Algebraisch gesehen, sind die zentralen Ladungen das Ergebnis der Kommutatoren der Superladungen Q_α^I, die wiederum räumliche Integrale der 0-Komponenten der Superströme $S_\alpha^{I\mu}$ sind.
Diese Integrale verschwinden aber genau dann nicht, wenn die Feldkonfiguration elektrische und magnetische Ladungen enthält.

Beispiel an der $N = 1$ Supersymmetrie

Der Lagrangian in $N = 1$ SuSy für chirale Superfelder ist gegeben durch:

$$\mathcal{L} = \int d^4\theta\, \Phi^\dagger \Phi + \int d^2\theta\, \mathcal{W}(\Phi) + \int d^2\bar{\theta} \bar{\mathcal{W}}(\Phi^\dagger) \tag{32}$$

wobei

$$\Phi = \phi(y) + \sqrt{2}\theta\psi(y) + \theta\theta F_(y) \quad \text{mit} \quad y^\mu = x^\mu + i\theta\sigma^\mu\bar{\theta} \tag{33}$$

Beispiel an der $N = 1$ Supersymmetrie

Der Lagrangian in $N = 1$ SuSy für chirale Superfelder ist gegeben durch:

$$\mathcal{L} = \int d^4\theta\, \Phi^\dagger \Phi + \int d^2\theta\, \mathcal{W}(\Phi) + \int d^2\bar{\theta}\bar{\mathcal{W}}(\Phi^\dagger) \tag{32}$$

wobei

$$\Phi = \phi(y) + \sqrt{2}\theta\psi(y) + \theta\theta F_(y) \quad \text{mit} \quad y^\mu = x^\mu + i\theta\sigma^\mu\bar{\theta} \tag{33}$$

In dieser Basis sind die Supergeneratoren

$$Q_\alpha = \partial/\partial\theta^\alpha \quad \text{und} \quad \bar{Q}_{\dot{\alpha}} = -\partial/\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}} + 2i(\theta\sigma^\mu)_{\dot{\alpha}}\partial/\partial y^\mu \tag{34}$$

Beispiel an der $N = 1$ Supersymmetrie

Der Lagrangian in $N = 1$ SuSy für chirale Superfelder ist gegeben durch:

$$\mathcal{L} = \int d^4\theta\, \Phi^\dagger \Phi + \int d^2\theta\, \mathcal{W}(\Phi) + \int d^2\bar{\theta} \bar{\mathcal{W}}(\Phi^\dagger) \tag{32}$$

wobei

$$\Phi = \phi(y) + \sqrt{2}\theta\psi(y) + \theta\theta F_(y) \quad \text{mit} \quad y^\mu = x^\mu + i\theta\sigma^\mu\bar{\theta} \tag{33}$$

In dieser Basis sind die Supergeneratoren

$$Q_\alpha = \partial/\partial\theta^\alpha \quad \text{und} \quad \bar{Q}_{\dot{\alpha}} = -\partial/\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}} + 2i(\theta\sigma^\mu)_{\dot{\alpha}}\partial/\partial y^\mu \tag{34}$$

Die SuSy-Variationen $\delta_\epsilon = \epsilon\alpha Q_\alpha + \bar{\epsilon}_{\dot{\alpha}}\bar{Q}^{\dot{\alpha}}$ der Felder werden damit zu:

$$\delta\phi = \sqrt{2}\epsilon\psi \qquad \delta\bar{\phi} = \sqrt{2}\bar{\epsilon}\bar{\psi} \tag{35}$$

$$\delta\psi = \sqrt{2}\epsilon F + i\sqrt{2}\sigma^\mu\bar{\epsilon}\partial_\mu\phi \qquad \delta\bar{\psi} = \sqrt{2}\bar{\epsilon}\bar{F} - i\sqrt{2}\sigma^\mu\epsilon\partial_\mu\bar{\phi} \tag{36}$$

$$\delta F = i\sqrt{2}\bar{\epsilon}\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi \qquad \delta\bar{F} = i\sqrt{2}\epsilon\sigma^\mu\partial_\mu\bar{\psi} \tag{37}$$

Beispiel an der $N = 1$ Supersymmetrie

Mit Hilfe dieser Variationen können wir die einzelnen Terme von $\partial\mathcal{L}$ berechnen.

Beispiel an der $N = 1$ Supersymmetrie

Mit Hilfe dieser Variationen können wir die einzelnen Terme von $\partial\mathcal{L}$ berechnen. Ein Term stammt aus dem Superpotential

$$\mathcal{W}(\Phi_i) = \mathcal{W}(\phi_i) + \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \phi_i}\sqrt{2}\theta\psi_i + \theta\theta\left(\frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \phi_i}F_i - \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \mathcal{W}}{\partial \phi_i \partial \phi_j}\psi_i\psi_j\right) \tag{38}$$

Beispiel an der $N = 1$ Supersymmetrie

Mit Hilfe dieser Variationen können wir die einzelnen Terme von $\partial\mathcal{L}$ berechnen. Ein Term stammt aus dem Superpotential

$$\mathcal{W}(\Phi_i) = \mathcal{W}(\phi_i) + \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \phi_i}\sqrt{2}\theta\psi_i + \theta\theta\left(\frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \phi_i}F_i - \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \mathcal{W}}{\partial\phi_i\partial\phi_j}\psi_i\psi_j\right) \tag{38}$$

Damit ist die Variation den Superfelds (wobei Terme mit ψ^3 natürlich verschwinden):

$$\begin{aligned}
\delta\mathcal{W} &= \delta\left(\mathcal{W}'F - \frac{1}{2}\mathcal{W}''\psi\psi\right) \\
&= \mathcal{W}''\delta\phi F + \mathcal{W}'\delta F - \frac{1}{2}\mathcal{W}'''\delta\phi\psi\psi + \mathcal{W}''\psi\delta\psi \\
&= \mathcal{W}''\sqrt{2}\epsilon\psi F + i\sqrt{2}\mathcal{W}'\bar{\epsilon}\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi + \sqrt{2}\mathcal{W}''\psi(i\sigma^\mu\bar{\epsilon}\partial_\mu\phi + \epsilon F) \\
&= \partial_\mu\left(i\sqrt{2}\frac{\partial\mathcal{W}}{\partial\phi}\bar{\epsilon}\bar{\sigma}^\mu\psi\right)
\end{aligned} \tag{39}$$

Beispiel an der $N = 1$ Supersymmetrie

Die Variation des Superpotentialteils im Lagrangian ist dann:

$$\delta \left(\int d^2\theta \, \mathcal{W} + \int d^2\bar{\theta} \bar{\mathcal{W}} \right) = i\sqrt{2}\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \phi_j} \bar{\epsilon} \bar{\sigma}^\mu \psi^j - \frac{\partial \bar{\mathcal{W}}}{\partial \bar{\phi}_j} \bar{\psi}_j \bar{\sigma}^\mu \epsilon \right). \tag{40}$$

Beispiel an der $N = 1$ Supersymmetrie

Die Variation des Superpotentialteils im Lagrangian ist dann:

$$\delta\left(\int d^2\theta\,\mathcal{W} + \int d^2\bar{\theta}\bar{\mathcal{W}}\right) = i\sqrt{2}\partial_\mu\left(\frac{\partial\mathcal{W}}{\partial\phi_j}\bar{\epsilon}\bar{\sigma}^\mu\psi^j - \frac{\partial\bar{\mathcal{W}}}{\partial\bar{\phi}_j}\bar{\psi}_j\bar{\sigma}^\mu\epsilon\right). \tag{40}$$

Als nächstes brauchen wir die Variation der kinetischen Terme:

$$\mathcal{L}_D = \int d^4\theta\,\Phi^\dagger\Phi = \int d^4\theta\,\partial_\mu\phi^\dagger\partial^\mu\phi + F^\dagger F - \frac{i}{2}\bar{\psi}\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi + \frac{i}{2}\partial_\mu\bar{\psi}\bar{\sigma}^\mu\psi \tag{41}$$

Beispiel an der $N = 1$ Supersymmetrie

Die Variation des Superpotentialteils im Lagrangian ist dann:

$$\delta\left(\int d^2\theta\,\mathcal{W} + \int d^2\bar{\theta}\bar{\mathcal{W}}\right) = i\sqrt{2}\partial_\mu\left(\frac{\partial\mathcal{W}}{\partial\phi_j}\bar{\epsilon}\bar{\sigma}^\mu\psi^j - \frac{\partial\bar{\mathcal{W}}}{\partial\bar{\phi}_j}\bar{\psi}_j\bar{\sigma}^\mu\epsilon\right). \tag{40}$$

Als nächstes brauchen wir die Variation der kinetischen Terme:

$$\mathcal{L}_D = \int d^4\theta\,\Phi^\dagger\Phi = \int d^4\theta\,\partial_\mu\phi^\dagger\partial^\mu\phi + F^\dagger F - \frac{i}{2}\bar{\psi}\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi + \frac{i}{2}\partial_\mu\bar{\psi}\bar{\sigma}^\mu\psi \tag{41}$$

Nach einer langen Rechnung kommt man auf

$$\begin{aligned}\delta\mathcal{L}_D = &-\frac{i}{\sqrt{2}}\partial_\mu(F\bar{\psi}\bar{\sigma}^\mu\epsilon) + \frac{i}{\sqrt{2}}\partial_\mu(\epsilon\psi\partial^\mu\phi^\dagger - \epsilon\sigma^{\nu\mu}\psi\delta_\nu\phi^\dagger)\\ &+ \frac{i}{\sqrt{2}}\partial_\mu(F^\dagger\bar{\epsilon}\bar{\sigma}^\mu\psi) + \frac{i}{\sqrt{2}}\partial_\mu(\bar{\epsilon}\bar{\psi}\partial^\mu\phi - \bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\bar{\epsilon}\delta_\nu\phi)\end{aligned}$$

Beispiel an der $N = 1$ Supersymmetrie

Mit Hilfe der Definitionen

$$2\sigma^{\mu\nu} = \sigma^{\mu}\bar{\sigma}^{\nu} - \sigma^{\nu}\bar{\sigma}^{\mu} \quad \text{und} \quad 2\bar{\sigma}^{\mu\nu} = \bar{\sigma}^{\mu}\sigma^{\nu} - \bar{\sigma}^{\nu}\sigma^{\mu} \tag{42}$$

und der Definition des Noetherstroms bekommt man den Materieanteil des Superstroms:

Beispiel an der $N = 1$ Supersymmetrie

Mit Hilfe der Definitionen

$$2\sigma^{\mu\nu} = \sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu - \sigma^\nu \bar{\sigma}^\mu \quad \text{und} \quad 2\bar{\sigma}^{\mu\nu} = \bar{\sigma}^\mu \sigma^\nu - \bar{\sigma}^\nu \sigma^\mu \tag{42}$$

und der Definition des Noetherstroms bekommt man den Materieanteil des Superstroms:

$$\begin{aligned} S^\rho_{\text{Materie}} &= \sqrt{2}\epsilon\sigma^\nu\bar{\sigma}^\rho\psi\partial_\nu\phi^\dagger + i\sqrt{2}\frac{\bar{\mathcal{W}}}{\partial\phi^\dagger}\bar{\psi}\bar{\sigma}^\rho\epsilon \\ &\quad + \sqrt{2}\bar{\psi}\bar{\sigma}^\rho\sigma^\nu\bar{\epsilon}\partial_\nu\phi - i\sqrt{2}\frac{\partial\mathcal{W}}{\partial\phi}\bar{\epsilon}\bar{\sigma}^\rho\psi \\ &= \epsilon^\alpha S^\rho_\alpha + \bar{\epsilon}_{\dot{\alpha}}\bar{S}^{\rho\dot{\alpha}}. \end{aligned}$$

Beispiel an der $N = 1$ Supersymmetrie

Jetzt wird noch der Eichfeldanteil in der Variation benötigt. Dazu betrachten wir den Lagrangian ohne θ-Term:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{g^2}\left(-\frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F^{a\mu\nu} - \frac{i}{2}\bar{\lambda}^a\bar{\sigma}^\mu D_\mu\lambda^a + \frac{i}{2}D_\mu\bar{\lambda}^a\bar{\sigma}^\mu\lambda^a + \frac{1}{2}D^2\right) \tag{43}$$

Beispiel an der $N = 1$ Supersymmetrie

Jetzt wird noch der Eichfeldanteil in der Variation benötigt. Dazu betrachten wir den Lagrangian ohne θ-Term:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{g^2}\left(-\frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F^{a\mu\nu} - \frac{i}{2}\bar{\lambda}^a\bar{\sigma}^\mu D_\mu\lambda^a + \frac{i}{2}D_\mu\bar{\lambda}^a\bar{\sigma}^\mu\lambda^a + \frac{1}{2}D^2\right) \tag{43}$$

und die Variationen der Felder im Vektormultiplett:

$$A^a_\mu = -i\bar{\epsilon}\bar{\sigma}_\mu\lambda^a + i\bar{\lambda}^a\bar{\sigma}_\mu\epsilon \qquad \delta D^a = \bar{\epsilon}\bar{\sigma}^\mu D_\mu\lambda^a + D_\mu\lambda^a\bar{\sigma}^\mu\bar{\epsilon}$$

$$\delta\lambda^a = \frac{1}{2}\sigma^{\mu\nu}\epsilon F^a_{\mu\nu} + i\epsilon D^a \qquad \delta\bar{\lambda}^a = \frac{1}{2}\bar{\epsilon}\bar{\sigma}^{\mu\nu}F^a_{\mu\nu} - i\bar{\epsilon}D^a$$

Beispiel an der $N = 1$ Supersymmetrie

Jetzt wird noch der Eichfeldanteil in der Variation benötigt. Dazu betrachten wir den Lagrangian ohne θ-Term:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{g^2}\left(-\frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F^{a\mu\nu} - \frac{i}{2}\bar{\lambda}^a\bar{\sigma}^\mu D_\mu\lambda^a + \frac{i}{2}D_\mu\bar{\lambda}^a\bar{\sigma}^\mu\lambda^a + \frac{1}{2}D^2\right) \tag{43}$$

und die Variationen der Felder im Vektormultiplett:

$$A^a_\mu = -i\bar{\epsilon}\bar{\sigma}_\mu\lambda^a + i\bar{\lambda}^a\bar{\sigma}_\mu\epsilon \qquad \delta D^a = \bar{\epsilon}\bar{\sigma}^\mu D_\mu\lambda^a + D_\mu\lambda^a\bar{\sigma}^\mu\bar{\epsilon}$$

$$\delta\lambda^a = \frac{1}{2}\sigma^{\mu\nu}\epsilon F^a_{\mu\nu} + i\epsilon D^a \qquad \delta\bar{\lambda}^a = \frac{1}{2}\bar{\epsilon}\bar{\sigma}^{\mu\nu}F^a_{\mu\nu} - i\bar{\epsilon}D^a$$

In der Anwesenheit von Eichfeldwechselwirkungen verändern sich auch die Variationen der Materiefeldtransformationen:

$$\delta\phi = \sqrt{2}\epsilon\psi \qquad \delta F = i\sqrt{2}\bar{\epsilon}\bar{\sigma}^\mu D_\mu\psi - 2iT^a\phi\bar{\epsilon}\bar{\lambda}^a$$

$$\delta\psi = \sqrt{2}\epsilon F + i\sqrt{2}\sigma^\mu\bar{\epsilon}D_\mu\phi \qquad \delta\bar{\psi} = \sqrt{2}\bar{\epsilon}F^\dagger - i\sqrt{2}\sigma^\mu\epsilon D_\mu\phi^\dagger$$

Beispiel an der $N = 1$ Supersymmetrie

Damit wird der Eichteil des Superstroms

$$S^{\rho}_{Eich} = -\frac{i}{2g^2}\left(\bar{\lambda}\bar{\sigma}^{\rho}\sigma^{\mu\nu}\epsilon F^a_{\mu\nu} + \bar{\epsilon}\bar{\sigma}^{\mu\nu}\bar{\sigma}^{\rho}\lambda^a F^a_{\mu\nu}\right) \tag{44}$$

Beispiel an der $N = 1$ Supersymmetrie

Damit wird der Eichteil des Superstroms

$$S^{\rho}_{Eich} = -\frac{i}{2g^2}\left(\bar{\lambda}\bar{\sigma}^{\rho}\sigma^{\mu\nu}\epsilon F^{a}_{\mu\nu} + \bar{\epsilon}\bar{\sigma}^{\mu\nu}\bar{\sigma}^{\rho}\lambda^{a}F^{a}_{\mu\nu}\right) \tag{44}$$

Betrachtet man jetzt allerdings die Kopplung zu Materie, so verändert sich der Superstrom, denn die Terme

$$D^a\phi^\dagger T^a\phi \quad \text{und} \quad i\phi^\dagger T^a\lambda^a\psi + h.c. \tag{45}$$

sollten noch etwas beisteuern, denn wir haben bis jetzt nicht den vollen $N = 1$ *eichkovarianten* Lagrangian (5) betrachtet ($\phi^\dagger e^{-2V}\phi$ anstatt $\phi^\dagger\phi$). Also:

Beispiel an der $N = 1$ Supersymmetrie

Damit wird der Eichteil des Superstroms

$$S^{\rho}_{Eich} = -\frac{i}{2g^2}\left(\bar{\lambda}\bar{\sigma}^{\rho}\sigma^{\mu\nu}\epsilon F^a_{\mu\nu} + \bar{\epsilon}\bar{\sigma}^{\mu\nu}\bar{\sigma}^{\rho}\lambda^a F^a_{\mu\nu}\right) \tag{44}$$

Betrachtet man jetzt allerdings die Kopplung zu Materie, so verändert sich der Superstrom, denn die Terme

$$D^a\phi^{\dagger}T^a\phi \quad \text{und} \quad i\phi^{\dagger}T^a\lambda^a\psi + h.c. \tag{45}$$

sollten noch etwas beisteuern, denn wir haben bis jetzt nicht den vollen $N = 1$ *eichkovarianten* Lagrangian (5) betrachtet ($\phi^{\dagger}e^{-2V}\phi$ anstatt $\phi^{\dagger}\phi$). Also:

$$\begin{aligned}
S^{\rho} = &-\frac{i}{2g^2}\left(\bar{\lambda}^a\bar{\sigma}^{\rho}\sigma^{\mu\nu}\epsilon + \bar{\epsilon}\bar{\sigma}^{\mu\nu}\bar{\sigma}^{\rho}\lambda^a\right)F^a_{\mu\nu} \\
&-\left(\bar{\epsilon}\bar{\sigma}^{\rho}\lambda^a + \bar{\lambda}^a\bar{\sigma}^{\rho}\epsilon\right)\phi^{\dagger}T^a\phi \\
&+\sqrt{2}\epsilon\sigma^{\nu}\bar{\sigma}^{\rho}\psi D_{\nu}\phi^{\dagger} + i\sqrt{2}\bar{\mathcal{W}}'\bar{\psi}\bar{\sigma}^{\rho}\epsilon \\
&+\sqrt{2}\bar{\psi}\bar{\sigma}^{\rho}\sigma^{\nu}\bar{\epsilon}D_{\nu}\phi - i\sqrt{2}\mathcal{W}'\bar{\epsilon}\bar{\sigma}^{\rho}\psi
\end{aligned} \tag{46}$$

Der Strom für eine reine $N = 2$ Eichtheorie

Wie schon vorher besprochen, erhalten wir $N = 2$ SuSy, in dem wir $\mathcal{W} = 0$ setzen und $\Phi \to \Phi/g$ skalieren. Außerdem ist Φ jetzt ebenfalls ein Vektor in der adjungierten Darstellung der Eichgruppe, also können wir $(\lambda, \psi) = (\lambda_1, \lambda_2)$ setzen. Außerdem ist die $N = 2$ Theorie invariant unter der SuSy-Transformation $\lambda \to \psi$ und $\psi \to -\lambda$. Damit erhalten wir zusätzlich noch einen assoziierten Superstrom.

Der Strom für eine reine $N = 2$ Eichtheorie

Wie schon vorher besprochen, erhalten wir $N = 2$ SuSy, in dem wir $\mathcal{W} = 0$ setzen und $\Phi \to \Phi/g$ skalieren. Außerdem ist Φ jetzt ebenfalls ein Vektor in der adjungierten Darstellung der Eichgruppe, also können wir $(\lambda, \psi) = (\lambda_1, \lambda_2)$ setzen. Außerdem ist die $N = 2$ Theorie invariant unter der SuSy-Transformation $\lambda \to \psi$ und $\psi \to -\lambda$. Damit erhalten wir zusätzlich noch einen assoziierten Superstrom.

$$
\begin{aligned}
g^2 S^{\rho}_{(1)} = -\frac{i}{2g^2} &\left(\bar{\lambda}^a_1 \bar{\sigma}^\rho \sigma^{\mu\nu} \epsilon + \bar{\epsilon} \bar{\sigma}^{\mu\nu} \bar{\sigma}^\rho \lambda^a_1\right) F^a_{\mu\nu} \\
&- \left(\bar{\epsilon} \bar{\sigma}^\rho \lambda^a_1 + \bar{\lambda}^a_1 \bar{\sigma}^\rho \epsilon\right) \phi^\dagger T^a \phi \\
&+ \sqrt{2} \epsilon \sigma^\nu \bar{\sigma}^\rho \lambda^a_2 D_\nu \phi^{a\dagger} + \sqrt{2} \bar{\lambda}^a_2 \bar{\sigma}^\rho \sigma^\nu \bar{\epsilon} D_\nu \phi^a
\end{aligned} \tag{47}
$$

und $g^2 S^{\rho}_{(2)}$ aus $\lambda_1 \to \lambda_2$ und $\lambda_2 \to -\lambda_1$

Der Strom für eine reine $N = 2$ Eichtheorie

Zur Berechnung der zentralen Ladungen brauchen wir später die Kommutatoren der SuSy-Generatoren, die sich wiederum aus den Integralen über unsere Superströme zusammensetzen. Allerdings brauchen wir dafür nur entweder den ϵ oder den $\bar{\epsilon}$-abhängigen Term zu beachten, da keine Mischterme in den Kommutatoren auftreten. Deswegen wird im Folgenden nur noch der ϵ-abhängige Teil der Superströme betrachtet.

Der Strom für eine reine $N = 2$ Eichtheorie

Zur Berechnung der zentralen Ladungen brauchen wir später die Kommutatoren der SuSy-Generatoren, die sich wiederum aus den Integralen über unsere Superströme zusammensetzen. Allerdings brauchen wir dafür nur entweder den ϵ oder den $\bar{\epsilon}$-abhängigen Term zu beachten, da keine Mischterme in den Kommutatoren auftreten. Deswegen wird im Folgenden nur noch der ϵ-abhängige Teil der Superströme betrachtet.
Mit Hilfe der Identitäten

$$\begin{aligned} \sigma^a \bar{\sigma}^b \sigma^c &= \eta^{ab} \sigma^c - \eta ac - \sigma^b + \eta bc \sigma^a + i \epsilon^{abcd} \sigma_d \\ \bar{\sigma}^a \sigma^b \bar{\sigma}^c &= \eta^{ab} \bar{\sigma}^c - \eta ac - \bar{\sigma}^b + \eta bc \bar{\sigma}^a - i \epsilon^{abcd} \bar{\sigma}_d \qquad (48) \\ \chi \sigma^\mu \bar{\psi} &= -\bar{\psi} \bar{\sigma}^\mu \chi \end{aligned}$$

kann der Superstrom (ohne $\bar{\epsilon}$-Terme) umgeformt werden:

Der Strom für eine reine $N = 2$ Eichtheorie

Zur Berechnung der zentralen Ladungen brauchen wir später die Kommutatoren der SuSy-Generatoren, die sich wiederum aus den Integralen über unsere Superströme zusammensetzen. Allerdings brauchen wir dafür nur entweder den ϵ oder den $\bar{\epsilon}$-abhängigen Term zu beachten, da keine Mischterme in den Kommutatoren auftreten. Deswegen wird im Folgenden nur noch der ϵ-abhängige Teil der Superströme betrachtet.
Mit Hilfe der Identitäten

$$\begin{aligned} \sigma^a\bar{\sigma}^b\sigma^c &= \eta^{ab}\sigma^c - \eta ac - \sigma^b + \eta bc\sigma^a + i\epsilon^{abcd}\sigma_d \\ \bar{\sigma}^a\sigma^b\bar{\sigma}^c &= \eta^{ab}\bar{\sigma}^c - \eta ac - \bar{\sigma}^b + \eta bc\bar{\sigma}^a - i\epsilon^{abcd}\bar{\sigma}_d \\ \chi\sigma^\mu\bar{\psi} &= -\bar{\psi}\bar{\sigma}^\mu\chi \end{aligned} \tag{48}$$

kann der Superstrom (ohne $\bar{\epsilon}$-Terme) umgeformt werden:

$$g^2 S^\rho_{(1)} = -\epsilon\sigma_\nu\bar{\lambda}^2 a_1(iF^{a\mu\nu}+\tilde{F}^{a\mu\nu})+\sqrt{2}\epsilon\sigma^\nu\bar{\sigma}^\mu\lambda^a_2 D_\nu\phi^{\dagger a}+\epsilon\sigma^\mu\bar{\lambda}^a_1\phi^\dagger T^a\phi \tag{49}$$

Der Strom für eine reine $N = 2$ Eichtheorie

In Komponentenschreibweise ist das dasselbe wie:

$$g^2 S^{\rho}_{(1)\alpha} = -\sigma_{\nu\alpha\dot{\alpha}} \bar{\lambda}_1^{a\dot{\alpha}} (iF^{a\mu\nu} + \tilde{F}^{a\mu\nu}) + \sqrt{2} (\sigma^{\nu} \bar{\sigma}^{\mu} \lambda_2^a)_{\alpha} D_{\nu} \phi^{\dagger a} + \sigma^{\mu}_{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\lambda}_1^{a\dot{\alpha}} \phi^{\dagger} T^a \phi \tag{50}$$

Der Strom für eine reine $N = 2$ Eichtheorie

In Komponentenschreibweise ist das dasselbe wie:

$$g^2 S^{\rho}_{(1)\alpha} = -\sigma_{\nu\alpha\dot{\alpha}} \bar{\lambda}_1^{a\dot{\alpha}} (iF^{a\mu\nu} + \tilde{F}^{a\mu\nu}) + \sqrt{2} (\sigma^{\nu} \bar{\sigma}^{\mu} \lambda_2^a)_{\alpha} D_{\nu} \phi^{\dagger a} + \sigma^{\mu}_{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\lambda}_1^{a\dot{\alpha}} \phi^{\dagger} T^a \phi \tag{50}$$

Jetzt senken wir einen Spinorindex mit Hilfe von

$$\bar{\lambda}_1^{\dot{\alpha}} = \epsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \bar{\lambda}_{1\dot{\beta}} = \epsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \lambda^{\dagger}_{1\beta} = i(\sigma_2 \lambda_1^{\dagger})^{\dot{\alpha}} \tag{51}$$

Der Strom für eine reine $N = 2$ Eichtheorie

In Komponentenschreibweise ist das dasselbe wie:

$$
\begin{aligned}
g^2 S^{\rho}_{(1)\alpha} = &-\sigma_{\nu\alpha\dot{\alpha}}\bar{\lambda}_1^{a\dot{\alpha}}(iF^{a\mu\nu} + \tilde{F}^{a\mu\nu}) + \sqrt{2}(\sigma^{\nu}\bar{\sigma}^{\mu}\lambda_2^a)_{\alpha} D_{\nu}\phi^{\dagger a} \\
&+ \sigma^{\mu}_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\lambda}_1^{a\dot{\alpha}}\phi^{\dagger}T^a\phi
\end{aligned}
\tag{50}
$$

Jetzt senken wir einen Spinorindex mit Hilfe von

$$
\bar{\lambda}_1^{\dot{\alpha}} = \epsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}}\bar{\lambda}_{1\dot{\beta}} = \epsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}}\lambda^{\dagger}_{1\beta} = i(\sigma_2\lambda_1^{\dagger})^{\dot{\alpha}} \tag{51}
$$

Damit ist die 0-te Komponente des Stroms

$$
\begin{aligned}
g^2 S^0_{(1),\alpha} = &-i(\vec{\sigma}\sigma_2\lambda_1^{\dagger a})_{\alpha} \bullet (i\vec{F} + \vec{\tilde{F}})^a + \sqrt{2}(\vec{\sigma} \bullet \vec{D}\phi^{\dagger a}\lambda_2^a)_{\alpha} \\
&+ \sqrt{2}\lambda^a_{2\alpha} D_0\phi^{\dagger a} + i(\sigma_2\lambda_1^{\dagger a})_{\alpha}\phi^{\dagger}T^a\phi
\end{aligned}
\tag{52}
$$

mit $\vec{F}^a = F^{a0i} \propto E^a$ und $\vec{\tilde{F}}^a = \tilde{F}^{a0i} \propto B^a$.

Die Berechnung der zentralen Ladungen

Um die zentralen Ladungen auswerten zu können, sind wir an dem Antikommutator der 0-Komponenten der Ströme interessiert

$$\{Q_{(1)\alpha}Q_{(2)\beta}\} = \left\{\int d^3x\, S^0_{(1)\alpha}(\vec{x},0), \int d^3x\, S^0_{(2)\beta}(\vec{x},0)\right\}. \quad (53)$$

Die Berechnung der zentralen Ladungen

Um die zentralen Ladungen auswerten zu können, sind wir an dem Antikommutator der 0-Komponenten der Ströme interessiert

$$\{Q_{(1)\alpha}Q_{(2)\beta}\} = \left\{\int d^3x\, S^0_{(1)\alpha}(\vec{x},0), \int d^3x\, S^0_{(2)\beta}(\vec{x},0)\right\}. \quad (53)$$

Die einzigen nicht verschwindenden Terme dabei sind von der Form, also von Termen, die elektrische und magnetische Ladungen messen (nach Olive und Witten [5])

$$\int d^3x\, \phi^{\dagger a} F^{a0i} + \phi^{\dagger a} \tilde{F}^{a0i} \quad (54)$$

Die Berechnung der zentralen Ladungen

Um die zentralen Ladungen auswerten zu können, sind wir an dem Antikommutator der 0-Komponenten der Ströme interessiert

$$\{Q_{(1)\alpha}Q_{(2)\beta}\} = \left\{\int d^3x\, S^0_{(1)\alpha}(\vec{x},0), \int d^3x\, S^0_{(2)\beta}(\vec{x},0)\right\}. \quad (53)$$

Die einzigen nicht verschwindenden Terme dabei sind von der Form, also von Termen, die elektrische und magnetische Ladungen messen (nach Olive und Witten [5])

$$\int d^3x\, \phi^{\dagger a} F^{a0i} + \phi^{\dagger a} \tilde{F}^{a0i} \quad (54)$$

daher sind die relevanten Terme (off-shell, also $\vec{D} \neq 0$) in den Superströmen

$$\begin{aligned} g^2 S^0_{(1),\alpha} &= -i(\vec{\sigma}\sigma_2\lambda_1^{\dagger a})_\alpha \bullet (i\vec{F} + \vec{\tilde{F}})^a + \sqrt{2}(\vec{\sigma} \bullet \vec{D}\phi^{\dagger a}\lambda_2^a)_\alpha \\ g^2 S^0_{(2),\alpha} &= -i(\vec{\sigma}\sigma_2\lambda_2^{\dagger a})_\alpha \bullet (i\vec{F} - \vec{\tilde{F}})^a + \sqrt{2}(\vec{\sigma} \bullet \vec{D}\phi^{\dagger a}\lambda_1^a)_\alpha . \end{aligned} \quad (55)$$

Die Berechnung der zentralen Ladungen

Damit bekommen wir für den Antikommutator:

$$\begin{aligned}\{Q_{(1)\alpha}Q_{(2)\beta}\} &= \frac{1}{g^4}\int d^3x \int d^3y\, i\sqrt{2}\left[(\sigma^i\sigma_2)_{\alpha\gamma}\sigma^j_{\beta\lambda}\{\lambda^{\dagger a}_{1\gamma},\lambda^b_{1\lambda}\}\right.\\ &\quad \left.-\sigma^j_{\alpha\gamma}(\sigma^i\sigma_2)_{\beta\lambda}\{\lambda^{\dagger a}_{2\gamma},\lambda^b_{2\lambda}\}\right](iF^a_{0i}+\tilde{F}^a_{0i})D_j\phi^{\dagger b}\\ &= \frac{i\sqrt{2}}{g^2}\int d^3x\,\left[(\sigma^i\sigma_2\sigma^{jT})_{\alpha\beta}-(\sigma^i\sigma_2\sigma^{jT})_{\beta\alpha}\right]\\ &\quad \cdot(iF^a_{0i}+\tilde{F}^a_{0i})D_j\phi^{\dagger a}\end{aligned} \tag{56}$$

Die Berechnung der zentralen Ladungen

Damit bekommen wir für den Antikommutator:

$$\begin{aligned}\{Q_{(1)\alpha}Q_{(2)\beta}\} &= \frac{1}{g^4}\int d^3x \int d^3y\, i\sqrt{2}\Big[(\sigma^i\sigma_2)_{\alpha\gamma}\sigma^j_{\beta\lambda}\{\lambda^{\dagger a}_{1\gamma},\lambda^b_{1\lambda}\} \\ &\quad -\sigma^j_{\alpha\gamma}(\sigma^i\sigma_2)_{\beta\lambda}\{\lambda^{\dagger a}_{2\gamma},\lambda^b_{2\lambda}\}\Big]\,(iF^a_{0i}+\tilde{F}^a_{0i})D_j\phi^{\dagger b} \\ &= \frac{i\sqrt{2}}{g^2}\int d^3x\,\left[(\sigma^i\sigma_2\sigma^{jT})_{\alpha\beta}-(\sigma^i\sigma_2\sigma^{jT})_{\beta\alpha}\right] \\ &\quad \cdot(iF^a_{0i}+\tilde{F}^a_{0i})D_j\phi^{\dagger a}\end{aligned} \tag{56}$$

Beachtet man jetzt, dass

$$(\sigma^i\sigma_2\sigma^{jT})_{\alpha\beta} = -(\sigma_2\sigma^{iT}\sigma^{jT})_{\alpha\beta} = -\left[\sigma_2(\delta ij - i\epsilon^{ijk}\sigma^T_k)\right]_{\alpha\beta} \tag{57}$$

kann man vereinfachen zu:

$$\begin{aligned}(\sigma^i\sigma_2\sigma^{jT})_{\alpha\beta}-(\sigma^i\sigma_2\sigma^{jT})_{\beta\alpha} &= -\left[\sigma_2(\delta ij - i\epsilon^{ijk}\sigma^T_k)\right]_{\alpha\beta} - \beta\leftrightarrow\alpha \\ &= -2(\sigma_2)_{\alpha\beta}\delta^{ij} = 2i\epsilon_{\alpha\beta}\delta^{ij}.\end{aligned}$$

Die Berechnung der zentralen Ladungen

Jetzt haben wir endlich einen handlichen Ausdruck für unseren Antikommutator

$$\{Q_{(1)\alpha}Q_{(2)\beta}\} = -\frac{2\sqrt{2}}{g^2}\epsilon_{\alpha\beta}\int d^3x\,(iF^{a0i} + \tilde{F}^{a0i})D_i\phi^{\dagger a} \tag{58}$$

Die Berechnung der zentralen Ladungen

Jetzt haben wir endlich einen handlichen Ausdruck für unseren Antikommutator

$$\{Q_{(1)\alpha}Q_{(2)\beta}\} = -\frac{2\sqrt{2}}{g^2}\epsilon_{\alpha\beta}\int d^3x\,(iF^{a0i} + \tilde{F}^{a0i})D_i\phi^{\dagger a} \tag{58}$$

mit Hilfe der Bianchi-Identität für den magnetischen Teil:

$$D_\mu\tilde{F}^{\mu\nu} = \partial_\mu\tilde{F}^{\mu\nu} - g[A_\mu, \tilde{F}^{\mu\nu}] = 0 \tag{59}$$

und der Bewegungsgleichung für den elektrischen Teil, die aus dem Lagrangian ($\propto F^{a\mu\nu}F_{a\mu\nu}$) gewonnen wird:

$$D_\mu F_{\mu\nu} = \partial_\mu F^{\mu\nu} - g[A_\mu, F^{\mu\nu}] = 0 \tag{60}$$

können wir die kovariante Ableitung als partielle Ableitung herausziehen.

Die zentralen Ladungen

$$\{Q_{(1)\alpha} Q_{(2)\beta}\} = -\frac{2\sqrt{2}}{g^2}\epsilon_{\alpha\beta} \int d^3x\, \partial_i \left[(iF^{a0i} + \tilde{F}^{a0i})\phi^{\dagger a}\right] \quad (61)$$

Die zentralen Ladungen

$$\{Q_{(1)\alpha}Q_{(2)\beta}\} = -\frac{2\sqrt{2}}{g^2}\epsilon_{\alpha\beta}\int d^3x\,\partial_i\left[(iF^{a0i}+\tilde{F}^{a0i})\phi^{\dagger a}\right] \quad (61)$$

und ebenso

$$\{\bar{Q}_{(1)\alpha}\bar{Q}_{(2)\beta}\} = -\frac{2\sqrt{2}}{g^2}\epsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}}\int d^3x\,\partial_i\left[(-iF^{a0i}+\tilde{F}^{a0i})\phi^{a}\right] \quad (62)$$

Die zentralen Ladungen

$$\{Q_{(1)\alpha} Q_{(2)\beta}\} = -\frac{2\sqrt{2}}{g^2}\epsilon_{\alpha\beta}\int d^3x\,\partial_i\left[(iF^{a0i} + \tilde{F}^{a0i})\phi^{\dagger a}\right] \quad (61)$$

und ebenso

$$\{\bar{Q}_{(1)\alpha}\bar{Q}_{(2)\beta}\} = -\frac{2\sqrt{2}}{g^2}\epsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}}\int d^3x\,\partial_i\left[(-iF^{a0i} + \tilde{F}^{a0i})\phi^{a}\right] \quad (62)$$

Die Ableitungen in den zentralen Ladungen sind aber nichts anderes als die Ladungsdichten

$$\begin{aligned} Q_e &= -\frac{1}{ag}\int d^3x\partial_i F^{a0i}\phi^a = gn_e \\ Q_m &= -\frac{1}{ag}\int d^3x\partial_i \tilde{F}^{a0i}\phi^a = \frac{4\pi}{g}n_m \end{aligned} \quad (63)$$

wobei a der Vakuumserwartungswert von ϕ im Higgsvakuum ist.

Bemerkungen

Die gerade hergelittene Ladungsquantisierungsbedingung ist ähnlich der der integralen fundamentalen Ladungen wenn $SU(2)$ zu $U(1)$ bricht und die Felder in der adjungierten Darstellung leben.

Bemerkungen

Die gerade hergelittene Ladungsquantisierungsbedingung ist ähnlich der der integralen fundamentalen Ladungen wenn $SU(2)$ zu $U(1)$ bricht und die Felder in der adjungierten Darstellung leben.
Die zentrale Ladung der $N = 2$-Supersymmetrie ist also

$$Z = -ia\left(n_e + \frac{4\pi i}{g^2} n_m\right) = a(n_e + \tau n_m) \tag{64}$$

wobei die Phase hier konventionsabhängig ist und uns nur der Betrag interessiert.

Bemerkungen

Die gerade hergelittene Ladungsquantisierungsbedingung ist ähnlich der der integralen fundamentalen Ladungen wenn $SU(2)$ zu $U(1)$ bricht und die Felder in der adjungierten Darstellung leben.
Die zentrale Ladung der $N = 2$-Supersymmetrie ist also

$$Z = -ia\left(n_e + \frac{4\pi i}{g^2}n_m\right) = a(n_e + \tau n_m) \tag{64}$$

wobei die Phase hier konventionsabhängig ist und uns nur der Betrag interessiert. Der Effekt des θ-Parameters kann entweder durch Addition des entsprechenden Zusatzs zum Lagrangian $\theta F\tilde{F}$ oder durch den Witteneffekt (s. Nils und Magnus) berechnet werden.
Wie wir daher bereits wissen, shifted er die elektrische Ladung

$$Q_e = gn_e + \frac{\theta g^2}{8\pi^2}Q_m \tag{65}$$

Bemerkungen

Mit Hilfe der Supersymmetriealgebra und Johannes' Vortrag können wir die Massengrenze festlegen auf

$$M \geq \sqrt{2}|Z| = \sqrt{2}|a(n_e + \tau n_m)|, \tag{66}$$

was die BPS-Grenze ist.

Bemerkungen

Mit Hilfe der Supersymmetriealgebra und Johannes' Vortrag können wir die Massengrenze festlegen auf

$$M \geq \sqrt{2}|Z| = \sqrt{2}|a(n_e + \tau n_m)|, \quad (66)$$

was die BPS-Grenze ist.
Bis jetzt haben wir uns nur mit der mikroskopischen Wirkung befaßt. Nimmt man die volle effektive Wirkung, die durch das Präpotential $\mathcal{F}$ gegeben ist, so wird die zentrale Ladung zu

$$Z = an_e + a_D n_m \quad (67)$$

wobei $a_D = \partial\mathcal{F}/\partial a$. Die Motivation hierzu ist natürlich wieder die Dualität unter der Transformation der fundamentalen Objekte von elektrischen Ladungen auf magnetische. Die volle Gruppe dieser Dualität wird in späteren Vorträgen auf $SL(2, Z)$ bestimmt werden.

Zentrale Ladungen in der N=2 Eichtheorie mit Materie

Materieeffekte

Wird Materie in der fundamentalen Darstellung zur reinen Eichfeldtheorie addiert, verändert sich die zentrale Ladung ebenfalls.

Materieeffekte

Wird Materie in der fundamentalen Darstellung zur reinen Eichfeldtheorie addiert, verändert sich die zentrale Ladung ebenfalls.
Das liegt daran, dass in der $N = 2$ Supersymmetrie die Materiefelder Teile von Hypermultipletts sind, die in der $N = 1$ Notation als chirale und antichirale Superfelder $Q(q, \psi_q, F_q)$ und $\tilde{Q}^\dagger(\tilde{q}, \tilde{\psi}_q, \tilde{F}_q)$ beschrieben werden, die sich beide unter der Eichgruppe $SU(N_c)$ transformieren. Dabei transformieren sich die (q, ψ_q) bzw $(\tilde{q}, \psi_{\tilde{q}})$ unter der N Darstellung der Eichgruppe $SU(N)$.

Materieeffekte

Wird Materie in der fundamentalen Darstellung zur reinen Eichfeldtheorie addiert, verändert sich die zentrale Ladung ebenfalls.
Das liegt daran, dass in der $N=2$ Supersymmetrie die Materiefelder Teile von Hypermultipletts sind, die in der $N=1$ Notation als chirale und antichirale Superfelder $Q(q,\psi_q,F_q)$ und $\tilde{Q}^\dagger(\tilde{q},\tilde{\psi}_q,\tilde{F}_q)$ beschrieben werden, die sich beide unter der Eichgruppe $SU(N_c)$ transformieren. Dabei transformieren sich die (q,ψ_q) bzw $(\tilde{q},\psi_{\tilde{q}})$ unter der N Darstellung der Eichgruppe $SU(N)$.
Unter der $SU(2)_R$-Symmetrie sind die q und $\tilde{q}^\dagger$ Doublets, während die ψ und $\psi_{\tilde{q}}^\dagger$ Singlets sind. Beide haben Spin $\leq 1/2$, gehören also zu den kurzen Darstellungen und müssen daher die BPS-Grenze sättigen, also $M=\sqrt{2}Z$.

Berechnung der Materieeffekte

Der Lagrangian in Anwesenheit von Materie enthält ein Superpotential

$$\mathcal{W} = \sum_{i=1}^{N_f} \sqrt{2}\tilde{Q}_i \Phi Q_i + m_i \tilde{Q}_i Q_i + h.c. \tag{68}$$

Dabei ist Φ das chirale Superfeld des Vektormultipletts in der adjungierten Darstellung. Der erste Term ist wieder die Eichkopplung der Materiefelder, der zweite ist der $N = 2$ invariante Massenterm. Die $SU(N_f)$ Flavour Symmetrie ist erhalten, sofern die Massen gleich bleiben; sind alle verschieden, wird sie zur $U(1)^{N_f}$ gebrochen.

Berechnung der Materieeffekte

Der Lagrangian in Anwesenheit von Materie enthält ein Superpotential

$$\mathcal{W} = \sum_{i=1}^{N_f} \sqrt{2}\tilde{Q}_i \Phi Q_i + m_i \tilde{Q}_i Q_i + h.c. \tag{68}$$

Dabei ist Φ das chirale Superfeld des Vektormultipletts in der adjungierten Darstellung. Der erste Term ist wieder die Eichkopplung der Materiefelder, der zweite ist der $N = 2$ invariante Massenterm. Die $SU(N_f)$ Flavour Symmetrie ist erhalten, sofern die Massen gleich bleiben; sind alle verschieden, wird sie zur $U(1)^{N_f}$ gebrochen.
Die Definition des Materiesuperstroms gibt uns die Anteile der Q (und $\tilde{Q}$ für $q \to \tilde{q}^\dagger$, $\tilde{q}^\dagger \to -q$):

$$\begin{aligned} \epsilon^\alpha S^\mu_{(1)\alpha} = \ldots &+ \sqrt{2}\epsilon\sigma^\nu\bar{\sigma}^\mu\psi_q D_\nu q^\dagger + i\sqrt{2}m\tilde{q}^\dagger\bar{\psi}_q\bar{\sigma}^\mu\epsilon \\ &+ \sqrt{2}\epsilon\sigma^\nu\bar{\sigma}^\mu\psi_{\tilde{q}} D_\nu \tilde{q}^\dagger + i\sqrt{2}m q^\dagger\bar{\psi}_{\tilde{q}}\bar{\sigma}^\mu\epsilon + \ldots \end{aligned} \tag{69}$$

Berechnung der Materieeffekte

Nach derselben Prozedur wie für den materielosen Fall erhalten wir als zusätzlichen Term $2i\epsilon_{\alpha\beta}\sum_i m_i S_i$ mit

$$S_i = \int d^3x \left(D_0 q_i^\dagger q_i + q_i D_0 q_i^\dagger - \frac{i}{2}\psi_{qi}^\dagger \psi_{qi} + \frac{i}{2}\psi_{qi}\psi_{qi}^\dagger \right. \\ \left. -(q \to \tilde{q}, \psi_q \to \psi_{\tilde{q}}) \right) . \tag{70}$$

Berechnung der Materieeffekte

Nach derselben Prozedur wie für den materielosen Fall erhalten wir als zusätzlichen Term $2i\epsilon_{\alpha\beta}\sum_i m_i S_i$ mit

$$S_i = \int d^3x \left(D_0 q_i^\dagger q_i + q_i D_0 q_i^\dagger - \frac{i}{2}\psi_{qi}^\dagger \psi_{qi} + \frac{i}{2}\psi_{qi}\psi_{qi}^\dagger \right. \\ \left. -(q \to \tilde{q}, \psi_q \to \psi_{\tilde{q}}) \right). \quad (70)$$

Dieser Ausdruck ist offensichtlich eine erhaltene Ladung assoziiert mit einer globalen $U(1)$-symmetrie unter der Q_i und $\tilde{Q}_i$ die Ladungen $+1$ und -1 tragen.

Berechnung der Materieeffekte

Nach derselben Prozedur wie für den materielosen Fall erhalten wir als zusätzlichen Term $2i\epsilon_{\alpha\beta}\sum_i m_i S_i$ mit

$$S_i = \int d^3x \left(D_0 q_i^\dagger q_i + q_i D_0 q_i^\dagger - \frac{i}{2}\psi_{qi}^\dagger \psi_{qi} + \frac{i}{2}\psi_{qi}\psi_{qi}^\dagger \right. \\ \left. -(q \to \tilde{q}, \psi_q \to \psi_{\tilde{q}}) \right). \tag{70}$$

Dieser Ausdruck ist offensichtlich eine erhaltene Ladung assoziiert mit einer globalen $U(1)$-symmetrie unter der Q_i und $\tilde{Q}_i$ die Ladungen $+1$ und -1 tragen.
Das sind dann die $U(1)$-Faktoren der gebrochenen Flavour-Symmetriegruppe.

Berechnung der Materieeffekte

Nach derselben Prozedur wie für den materielosen Fall erhalten wir als zusätzlichen Term $2i\epsilon_{\alpha\beta}\sum_i m_i S_i$ mit

$$S_i = \int d^3x \left(D_0 q_i^\dagger q_i + q_i D_0 q_i^\dagger - \frac{i}{2}\psi_{qi}^\dagger \psi_{qi} + \frac{i}{2}\psi_{qi}\psi_{qi}^\dagger \right. \\ \left. -(q \to \tilde{q}, \psi_q \to \psi_{\tilde{q}}) \right) . \tag{70}$$

Dieser Ausdruck ist offensichtlich eine erhaltene Ladung assoziiert mit einer globalen $U(1)$-symmetrie unter der Q_i und $\tilde{Q}_i$ die Ladungen $+1$ und -1 tragen.
Das sind dann die $U(1)$-Faktoren der gebrochenen Flavour-Symmetriegruppe.
Mit diesen Extratermen haben wir dann unsere endgültigen zentralen Ladungen:

$$Z = n_e a + n_m a_D + \sum_i \frac{1}{\sqrt{2}} m_i S_i . \tag{71}$$

Zusammenfassung

- Supersymmetrische $N = 2$ Lagrangians

Zusammenfassung

- Supersymmetrische $N = 2$ Lagrangians
  - nur mit Eichfeldern:

$$(\phi, \psi) + (\lambda, A_\mu) = \Phi + V \stackrel{\mathcal{W}=0, \Phi \to \Phi/g}{=} \Psi = (\phi, \lambda_1, \lambda_2, A_\mu) \tag{72}$$

Für $[\phi^\dagger, \phi] = 0$ können wir massive Teilchen bekommen.

Zusammenfassung

- Supersymmetrische $N = 2$ Lagrangians
  - nur mit Eichfeldern:

$$(\phi, \psi) + (\lambda, A_\mu) = \Phi + V \overset{\mathcal{W}=0, \Phi \to \Phi/g}{=} \Psi = (\phi, \lambda_1, \lambda_2, A_\mu) \tag{72}$$

Für $[\phi^\dagger, \phi] = 0$ können wir massive Teilchen bekommen.
  - mit Eich- und Materiefeldern:

$$Q(q, \psi_q, F_q) + \tilde{Q}(\tilde{q}, \psi_{\tilde{q}}, F_{\tilde{q}}) = (\phi, \psi) + (\tilde{\phi}, \tilde{\psi}) = \text{ Hypermultiplett} \tag{73}$$

Die Kopplung ist identisch mit dem $N = 1$ Fall

$$Q_i^\dagger \exp(-2V) Q_i \tag{74}$$

mit zusätzlichen erlaubten Mischtermen:

$$\sqrt{2}\tilde{Q}_i \Phi Q_i + m\tilde{Q}_i Q_i \tag{75}$$

Die Supersymmetrie ist abhängig von N_f und N_c gebrochen.

Zusammenfassung

- Zentrale Ladungen in der $N = 2$ supersymmetrischen Eichtheorie

Zusammenfassung

- Zentrale Ladungen in der $N = 2$ supersymmetrischen Eichtheorie
  - in der reinen Eichtheorie:

$$Q_{(i),\alpha} \propto \int d^3x \, S^0_{(i),\alpha} \tag{76}$$

$$Z \propto \{Q_{(1),\alpha}, Q_{(2),\beta}\} \propto a \left(n_e + \left(\frac{\theta}{2\pi} + \frac{4\pi i}{g^2} \right) n_m \right) \tag{77}$$

Daraus folgt die BPS Massengrenze von $M \geq |Z|$.

Zusammenfassung

- Zentrale Ladungen in der $N = 2$ supersymmetrischen Eichtheorie
  - in der reinen Eichtheorie:

$$Q_{(i),\alpha} \propto \int d^3x\, S^0_{(i),\alpha} \tag{76}$$

$$Z \propto \{Q_{(1),\alpha}, Q_{(2),\beta}\} \propto a\left(n_e + \left(\frac{\theta}{2\pi} + \frac{4\pi i}{g^2}\right) n_m\right) \tag{77}$$

    Daraus folgt die BPS Massengrenze von $M \geq |Z|$.
  - in der Eichtheorie mit Materie:
    Die zusätzlichen erlaubten Terme im $N = 2$ Lagrangian erzeugen einen zusätzlichen Stromanteil und daher einen Anteil an der zentralen Ladung.

$$Z = n_e a + n_m a_D + \sum_i \frac{1}{\sqrt{2}} m_i S_i \tag{78}$$

Ende

Literatur

[1] A. Bilal. Duality in n=2 susy su(2) yang-mills theory : A pedagogical introduction to the work of seiberg and witten. *hep-th/9601007*, 1996.

[2] P.G.O. Freund. Introduction to supersymmetry. *Cambridge University Press*, 1986.

[3] M.Sohnius. Introduction to supersymmetry. *Phys.Rep.*, (128):39, 185.

[4] M. Nakahara. *Geometry, Topology and Physics*. Institute of Physics Publishing, 2003.

[5] E. Witten und D. Olive. Supersymmetry algebras that include topological charges. *Phys. Lett.*, (78B):275, 1978.

[6] J.Wess und J.Bagger. Supersymmetry and supergravity. *Princeton University*, 1983.