Erinnerung:

- $\overline{\mathbf{a}}_\infty := \{(a_{ij})|i,j \in \mathbb{Z}, \quad a_{ij} = 0 \quad f. \quad |i-j| \gg 0\}$
- $\mathrm{E_{ij}}$: Matrix mit Einträgen überall 0, außer e_{ij}=1
- $\Lambda_{\mathrm{k}} := \sum\limits_{i\in\mathbb{Z}} \mathrm{E}_{i,i+k}, \qquad \Lambda_k v_j = v_{j-k}$
- $\mathrm{F}^{(\mathrm{m})} := \mathrm{span}\{v_{i_m} \wedge v_{i_{m-1}} \wedge v_{i_{m-2}} \wedge \ldots \mid i_m > i_{m-1} > \ldots, \; i_k = k+m \text{ für } k \ll 0\}$
- Vakuumvektor: $\Psi_m := v_m \wedge v_{m-1} \wedge v_{m-2} \wedge \ldots$
- Für $\Psi \in \mathrm{F}^{(\mathrm{m})}$: $\deg \Psi = \sum\limits_{s=0}^{\infty} (i_{m-s} + s - m)$
- $\mathrm{F}_{\mathrm{k}}^{(\mathrm{m})} := \{\Psi \in \mathrm{F}^{(\mathrm{m})} | \deg\Psi = k\}, \quad \dim \mathrm{F}_{\mathrm{k}}^{(\mathrm{m})} = p(k)$
- $\mathrm{F} = \oplus_{m\in\mathbb{Z}} \mathrm{F}^{(\mathrm{m})}, \qquad \mathrm{F}^{(\mathrm{m})} = \oplus_{k\in\mathbb{Z}^+} \mathrm{F}_{\mathrm{k}}^{(\mathrm{m})}$
- Darstellung von $\overline{\mathrm{a}}_\infty$ auf $\mathrm{F}^{(\mathrm{m})}$:
  $r_m(a)(v_{i_1} \wedge v_{i_2} \wedge \ldots) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} v_{i_1} \wedge .. \wedge v_{i_{k-1}} \wedge a v_{i_k} \wedge v_{i_{k+1}} \wedge ..$
- $\mathbf{a}_\infty := \overline{\mathrm{a}}_\infty \oplus \mathbb{C}c$
- Darstellung von a_∞ auf $\mathrm{F}^{(\mathrm{m})}$:
  $\hat{r}_m(E_{ij}) = \begin{cases} r(E_{ij}) & : \text{ für } i \neq j \text{ oder } i = j > 0 \\ r(E_{ii}) - I & : \text{ für } i \leq 0 \end{cases}$
- $[\Lambda_k, \Lambda_j]_{\mathrm{a}_\infty} = k \cdot \delta_{k,-j} \cdot c, \qquad \hat{r}_m(\Lambda_k)\Psi_m = 0 \text{ für } k > 0$

Erinnerung:

- $[\Lambda_k, \Lambda_j]_{\mathrm{a}_\infty} = k \cdot \delta_{k,-j} \cdot c$

- $\hat{r}_m(\Lambda_k)\Psi_m = 0$ für $k > 0, \quad \hat{r}_m(\Lambda_0)\Psi_m = m\Psi_m$

Proposition 2.1 :

Sei V eine Dastellung von $\mathcal{A}$ mit einem Vektor v, $(v \neq 0)$, und einem $\hbar \neq 0$, so daß

$$a_n(v) = 0 \text{ für } n > 0, \quad a_0(v) = \mu v, \quad \hbar(v) = \hbar v$$

erfüllt ist. Dann sind die Monome der Form $a_{-1}^{k_1} ... a_{-n}^{k_n}(v)$ linear unabhängig. Desweiteren ist V äquivalent zur in Kapitel 2 beschriebenen Darstellung von $\mathcal{A}$ auf B, falls V von den $a_{-1}^{k_1} ... a_{-n}^{k_n}(v)$ aufgespannt wird.

Erinnerung:

- $\sigma_m : \mathcal{F}^{(\mathrm{m})} \xrightarrow{\sim} \mathcal{B}^{(\mathrm{m})}, \qquad \sigma_m(\Psi_m) = 1$

- $\hat{r}_m^B = \sigma_m \hat{r}_m \sigma_m^{-1}$

- $\hat{r}_m^B(\Lambda_k) = \frac{\partial}{\partial x_k}, \quad \hat{r}_m^B(\Lambda_{-k}) = k \cdot x_k, \quad \hat{r}_m^B(\Lambda_0) = m$ (für $k > 0$)

- $V = \bigoplus_{j \in \mathbb{Z}} \mathbb{C} v_j, \qquad \mathrm{E}_{ij} v_k = \delta_{j,k} v_i$

- Vakuumerwartungswert: $< P >_{\mathcal{B}} =$ konstanter Term

- herm. Form: $< P | Q >_{\mathcal{B}} = < \omega(P) Q >_{\mathcal{B}} = < P^+ Q >_{\mathcal{B}}$ für $P, Q \in \mathcal{B}$

- herm. Form auf $\mathcal{F}^{(\mathrm{m})}$: $v_i \wedge v_j \wedge ...$ sind orthonormal

Erinnerung:

- $\hat{r}^B(\Lambda_j) = \frac{\partial}{\partial x_j}, \quad \hat{r}^B(\Lambda_{-j}) = j \cdot x_j \qquad (\mathrm{j} > 0)$

- $\hat{r}(\mathrm{E}_{ij}) = \hat{v}_i \check{v}_j^*$

- $[\hat{r}(\Lambda_j), \hat{v}_k] = \hat{v}_{k-j}, \quad [\hat{r}(\Lambda_j), \check{v}_k^*] = -\check{v}_{k+j}^* \quad (\mathrm{j} \neq 0)$

- $X(u) = \sum_{j \in \mathbb{Z}} u^j \hat{v}_j, \qquad X^*(u) = \sum_{j \in \mathbb{Z}} u^{-j} \check{v}_j^*$

- $[\hat{r}(\Lambda_j), X(u)] = u^j X(u), \qquad [\hat{r}(\Lambda_j), X^*(u)] = -u^j X^*(u)$

- $\Gamma(u) = \sigma X(u) \sigma^{-1}, \qquad \Gamma^*(u) = \sigma X^*(u) \sigma^{-1}$

  $\Gamma(u) : \mathcal{B} \to \hat{\mathcal{B}}, \qquad \Gamma^*(u) : \mathcal{B} \to \hat{\mathcal{B}}$

- $[\partial/\partial x_j, \Gamma(u)] = u^j \Gamma(u), \qquad [x_j, \Gamma(u)] = \frac{u^{-j}}{j} \Gamma(u)$

  $[\partial/\partial x_j, \Gamma^*(u)] = -u^j \Gamma^*(u), \qquad [x_j, \Gamma^*(u)] = -\frac{u^{-j}}{j} \Gamma^*(u)$

Erinnerung:

- $X(u) = \sum\limits_{j \in \mathbb{Z}} u^j \hat{v}_j, \qquad X^*(u) = \sum\limits_{j \in \mathbb{Z}} u^{-j} \check{v}_j^*$

- $[\partial/\partial x_j, \Gamma(u)] = u^j \Gamma(u), \qquad [x_j, \Gamma(u)] = \frac{u^{-j}}{j}\Gamma(u)$

  $[\partial/\partial x_j, \Gamma^*(u)] = -u^j \Gamma^*(u), \qquad [x_j, \Gamma^*(u)] = -\frac{u^{-j}}{j}\Gamma^*(u)$

- $\Gamma(u)|_{\hat{\mathcal{B}}^{(\mathrm{m})}} = u^{(\mathrm{m}+1)} \cdot z \cdot exp\left(\sum\limits_{j \geq 1} u^j x_j\right) \cdot exp\left(-\sum\limits_{j \geq 1} \frac{u^{-j}}{j} \frac{\partial}{\partial x_j}\right)$

- $\Gamma^*(u)|_{\hat{\mathcal{B}}^{(\mathrm{m})}} = u^{\text{-m}} \cdot z^{-1} \cdot exp\left(-\sum\limits_{j \geq 1} u^j x_j\right) \cdot exp\left(\sum\limits_{j \geq 1} \frac{u^{-j}}{j} \frac{\partial}{\partial x_j}\right)$

- $r(\mathrm{E}_{ij}) = \hat{v}_i \check{v}_j^*$

- $exp(a \cdot \frac{\partial}{\partial x}) \cdot exp(bx) = exp(ab) \cdot exp(bx) \cdot exp(a \cdot \frac{\partial}{\partial x})$

- $\sum\limits_{i,j \in \mathbb{Z}} u^i v^{-j} r(\mathrm{E}_{ij}) = \Gamma(u)\Gamma^*(v) = \frac{(u/v)^m}{1-(v/u)} \cdot \Gamma(u,v), \quad (|\mathrm{u}| > |\mathrm{v}|)$

  mit: $\Gamma(u,v) = u \cdot \exp\left(\sum\limits_{j \geq 1} (u^j - v^j) x_j\right) \exp\left(-\sum\limits_{j \geq 1} \frac{u^{-j} - v^{-j}}{j} \cdot \frac{\partial}{\partial x_j}\right)$

- $\sum\limits_{i,j \in \mathbb{Z}} u^i v^{-j} \hat{r}(\mathrm{E}_{ij}) = \frac{1}{1-(v/u)} \cdot \left(\left(\frac{u}{v}\right)^m \cdot \Gamma(u,v) - 1\right)$