

Einblicke in die Logarithmische konforme Feldtheorie

Michael Flohr
Leibniz Universität Hannover
02. Juli 2009 @ Universität Bielefeld

Inhalt

Inhalt

- Einführung & Motivation

Inhalt

- Einführung & Motivation
- Logarithmische CFT :: Grundlegendes

Inhalt

- Einführung & Motivation
- Logarithmische CFT :: Grundlegendes
- Logarithmische CFT :: Rationalität

Inhalt

- Einführung & Motivation
- Logarithmische CFT :: Grundlegendes
- Logarithmische CFT :: Rationalität
- Augmentierte Minimale Modelle

Inhalt

- Einführung & Motivation
- Logarithmische CFT :: Grundlegendes
- Logarithmische CFT :: Rationalität
- Augmentierte Minimale Modelle
- Perspektiven

Einführung

Einführung

- Konforme Symmetrie

Einführung

- Konforme Symmetrie
- Was ist LCFT?

Einführung

- Konforme Symmetrie
- Was ist LCFT?
- Der Raum der CFTs

Einführung

- Konforme Symmetrie
- Was ist LCFT?
- Der Raum der CFTs
- LCFT versus RCFT

Einführung

- Konforme Symmetrie
- Was ist LCFT?
- Der Raum der CFTs
- LCFT versus RCFT
- Wofür ist LCFT eigentlich gut?

Einführung :: Konforme Symmetrie

Einführung :: Konforme Symmetrie

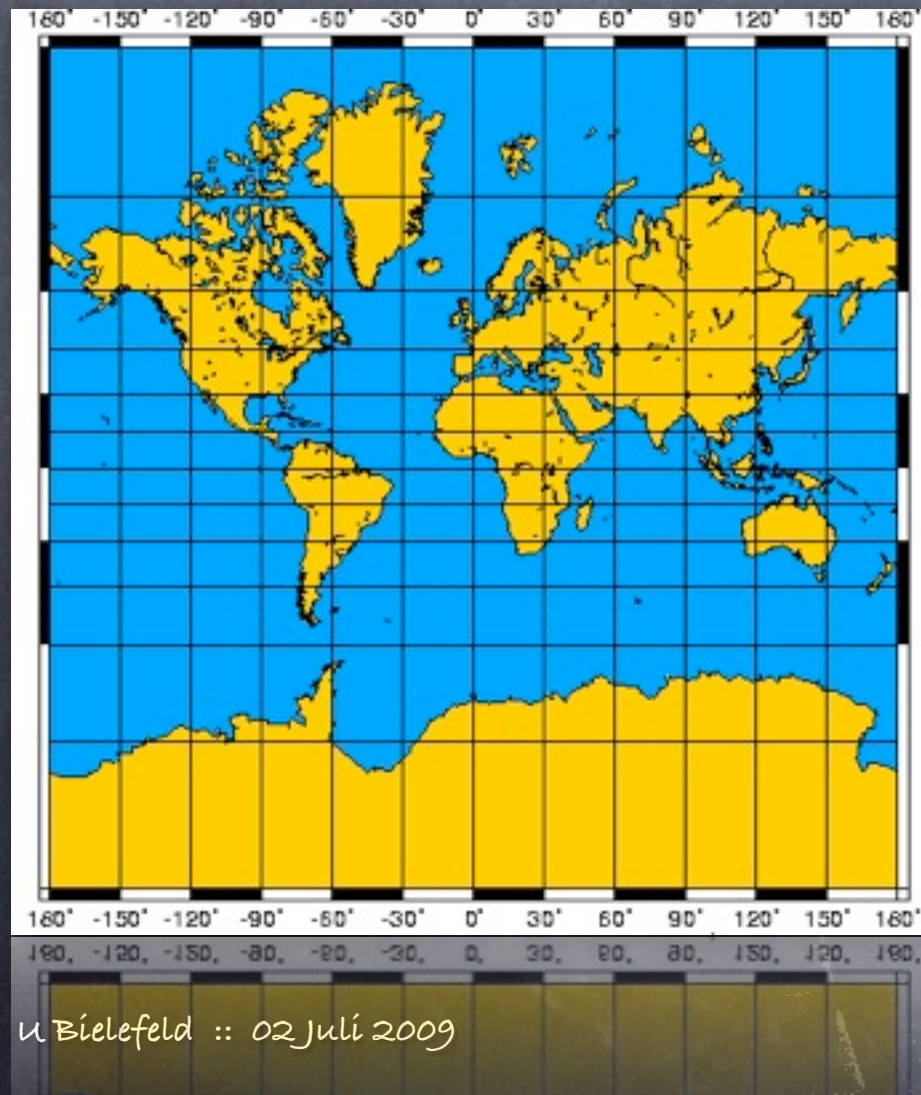
- Konforme Symmetrie ist Symmetrie unter **lokalen** Skalentransformationen (winkeltreuen Abbildungen).

Einführung :: Konforme Symmetrie

- Konforme Symmetrie ist Symmetrie unter **lokalen** Skalentransformationen (winkeltreuen Abbildungen).
- In 2 Dim. ist die Algebra der Generatoren lokaler konformer Transformationen unendlich-dimensional.

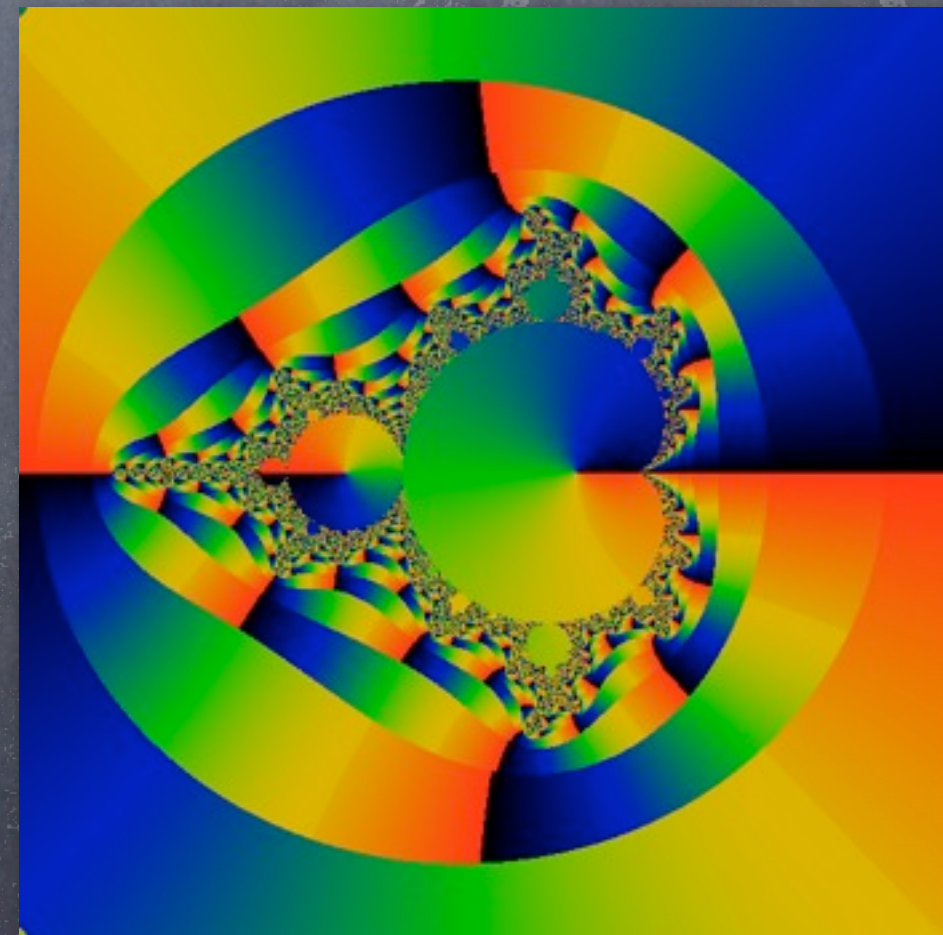
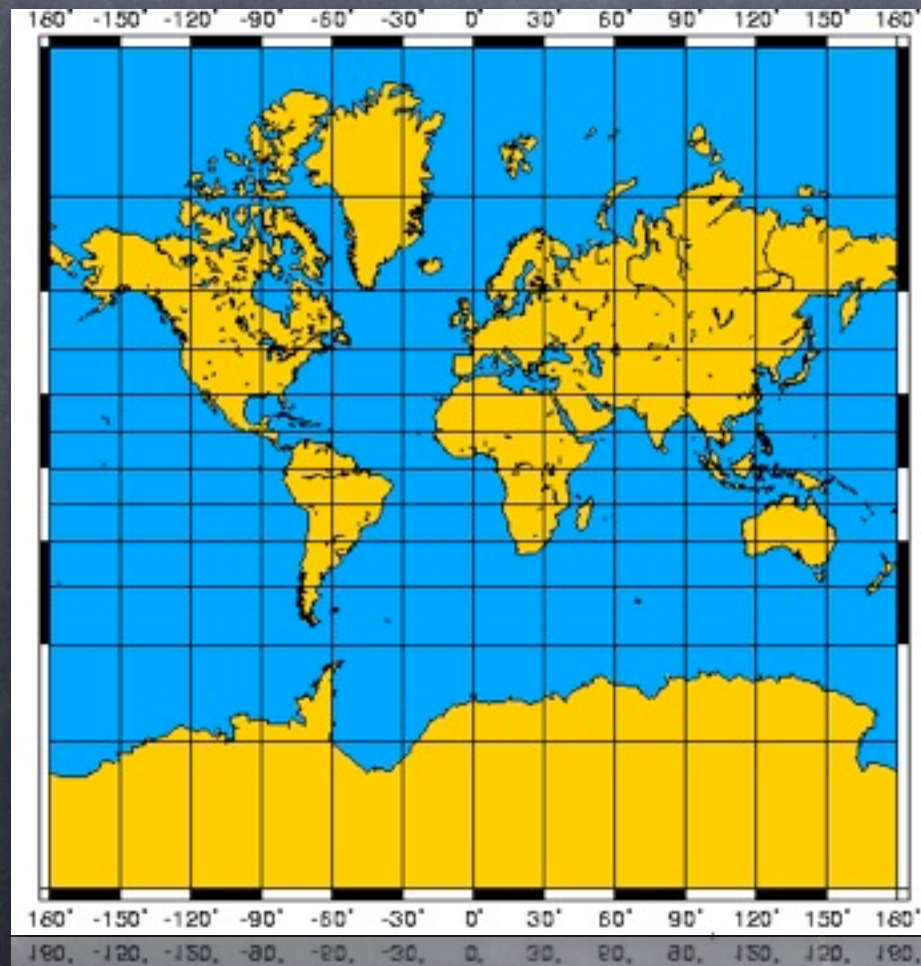
Einführung :: Konforme Symmetrie

- Konforme Symmetrie ist Symmetrie unter **lokalen** Skalentransformationen (winkeltreuen Abbildungen).
- In 2 Dim. ist die Algebra der Generatoren lokaler konformer Transformationen unendlich-dimensional.



Einführung :: Konforme Symmetrie

- Konforme Symmetrie ist Symmetrie unter **lokalen** Skalentransformationen (winkeltreuen Abbildungen).
- In 2 Dim. ist die Algebra der Generatoren lokaler konformer Transformationen unendlich-dimensional.



Einführung :: Konforme Symmetrie

Einführung :: Konforme Symmetrie

- 2-dim. konform invariante QFTs benötigen Darstellungstheorie der **Virasoro-Algebra**

$$[L_n, L_m] = (n - m)L_{n+m} + \frac{c}{12}(n^3 - n)\delta_{n+m,0}.$$

Einführung :: Konforme Symmetrie

- 2-dim. konform invariante QFTs benötigen Darstellungstheorie der **Virasoro-Algebra**

$$[L_n, L_m] = (n - m)L_{n+m} + \frac{c}{12}(n^3 - n)\delta_{n+m,0}.$$

- Einfachste Darst. ist irreduzible Höchstgewichtsdarst.

$[h, c]$ von primärem Feld $\Phi_h(\lambda z) = \lambda^{-h} \Phi_h(z)$:

$$L_0|h\rangle = h|h\rangle, \quad L_n|h\rangle = 0 \quad \forall n > 0.$$

Einführung :: Konforme Symmetrie

- 2-dim. konform invariante QFTs benötigen Darstellungstheorie der **Virasoro-Algebra**

$$[L_n, L_m] = (n - m)L_{n+m} + \frac{c}{12}(n^3 - n)\delta_{n+m,0}.$$

- Einfachste Darst. ist irreduzible Höchstgewichtsdarst.

$[h, c]$ von primärem Feld $\Phi_h(\lambda z) = \lambda^{-h} \Phi_h(z)$:

$$L_0|h\rangle = h|h\rangle, \quad L_n|h\rangle = 0 \quad \forall n > 0.$$

- In LCFT treten viel kompliziertere Darstellungen auf

$$\tilde{\Phi}_{\tilde{h}}(\lambda z) = \lambda^{-h} \left(\tilde{\Phi}_{\tilde{h}}(z) - \log(\lambda) \Phi_h(z) \right).$$

Einführung :: Konforme Symmetrie

- 2-dim. konform invariante QFTs benötigen Darstellungstheorie der **Virasoro-Algebra**

$$[L_n, L_m] = (n - m)L_{n+m} + \frac{c}{12}(n^3 - n)\delta_{n+m,0}.$$

- Einfachste Darst. ist irreduzible Höchstgewichtsdarst.

$[h, c]$ von primärem Feld $\Phi_h(\lambda z) = \lambda^{-h} \Phi_h(z)$:

$$L_0|h\rangle = h|h\rangle, \quad L_n|h\rangle = 0 \quad \forall n > 0.$$

- In LCFT treten viel kompliziertere Darstellungen auf

$$\tilde{\Phi}_{\tilde{h}}(\lambda z) = \lambda^{-h} \left(\tilde{\Phi}_{\tilde{h}}(z) - \log(\lambda) \Phi_h(z) \right).$$

- Wichtiges Problem: Klassifikation von Fusions-Algebren

$$[h_1, c] \star [h_2, c] = \sum_h N_{h_1 h_2}^h [h, c], \quad N_{h_1 h_2}^h \in \mathbb{Z}_+.$$

Einführung :: Was ist LCFT?

Einführung :: Was ist LCFT?

- In LCFT gibt es reduzible aber unzerlegbare Darstellungen: $L_0|\mathbf{h}; k\rangle = \mathbf{h}|\mathbf{h}; k\rangle + (1 - \delta_{k,0})|\mathbf{h}; k - 1\rangle$.

Einführung :: Was ist LCFT?

- In LCFT gibt es reduzible aber unzerlegbare Darstellungen: $L_0|h; k\rangle = h|h; k\rangle + (1 - \delta_{k,0})|h; k - 1\rangle$.
- Fusionsprodukte von (irreduziblen) Darst. lassen sich nicht immer in Summe von irreduziblen Darst. zerlegen.

Einführung :: Was ist LCFT?

- In LCFT gibt es reduzible aber unzerlegbare Darstellungen: $L_0|h; k\rangle = h|h; k\rangle + (1 - \delta_{k,0})|h; k - 1\rangle$.
- Fusionsprodukte von (irreduziblen) Darst. lassen sich nicht immer in Summe von irreduziblen Darst. zerlegen.
- Darstellungstheorie ist viel reichhaltiger als in RCFT.

Einführung :: Was ist LCFT?

- In LCFT gibt es reduzible aber unzerlegbare Darstellungen: $L_0|h; k\rangle = h|h; k\rangle + (1 - \delta_{k,0})|h; k - 1\rangle$.
- Fusionsprodukte von (irreduziblen) Darst. lassen sich nicht immer in Summe von irreduziblen Darst. zerlegen.
- Darstellungstheorie ist viel reichhaltiger als in RCFT.
- Korrelationsfunktionen zeigen **logarithmisch** divergentes Verhalten. Beispiel: $c = c_{2,1} = -2$, $h = h_{1,2} = -1/8$,

Einführung :: Was ist LCFT?

- In LCFT gibt es reduzible aber unzerlegbare Darstellungen: $L_0|h; k\rangle = h|h; k\rangle + (1 - \delta_{k,0})|h; k-1\rangle$.
- Fusionsprodukte von (irreduziblen) Darst. lassen sich nicht immer in Summe von irreduziblen Darst. zerlegen.
- Darstellungstheorie ist viel reichhaltiger als in RCFT.
- Korrelationsfunktionen zeigen **logarithmisch** divergentes Verhalten. Beispiel: $c = c_{2,1} = -2$, $h = h_{1,2} = -1/8$,

$$\langle \mu(\infty) \mu(1) \mu(x) \mu(0) \rangle =$$

[V. Gurarie :: hep-th/9303160]

$$[x(1-x)]^{1/4} \begin{cases} F^{(1)} = {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1; x\right) \\ F^{(2)} = \log(x) {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1; x\right) \\ \quad + \partial_\epsilon {}_3F_2\left(\frac{1}{2} + \epsilon, \frac{1}{2} + \epsilon, 1; 1 + \epsilon, 1 + \epsilon; x\right) \Big|_{\epsilon=0} \end{cases} \cdot$$

Einführung :: Der Raum der CFTs

Einführung :: Der Raum der CFTs

- LCFTs sind allgemeiner als RCFTs.

Einführung :: Der Raum der CFTs

- LCFTs sind allgemeiner als RCFTs.
- LCFTs sind ähnlicher zu generischen CFTs.

Einführung :: Der Raum der CFTs

- LCFTs sind allgemeiner als RCFTs.
- LCFTs sind ähnlicher zu generischen CFTs.
- LCFTs sind keine reinen Kuriositäten.

Einführung :: Der Raum der CFTs

- LCFTs sind allgemeiner als RCFTs.
- LCFTs sind ähnlicher zu generischen CFTs.
- LCFTs sind keine reinen Kuriositäten.

2-dim. QFTs

Einführung :: Der Raum der CFTs

- LCFTs sind allgemeiner als RCFTs.
- LCFTs sind ähnlicher zu generischen CFTs.
- LCFTs sind keine reinen Kuriositäten.

2-dim. QFTs

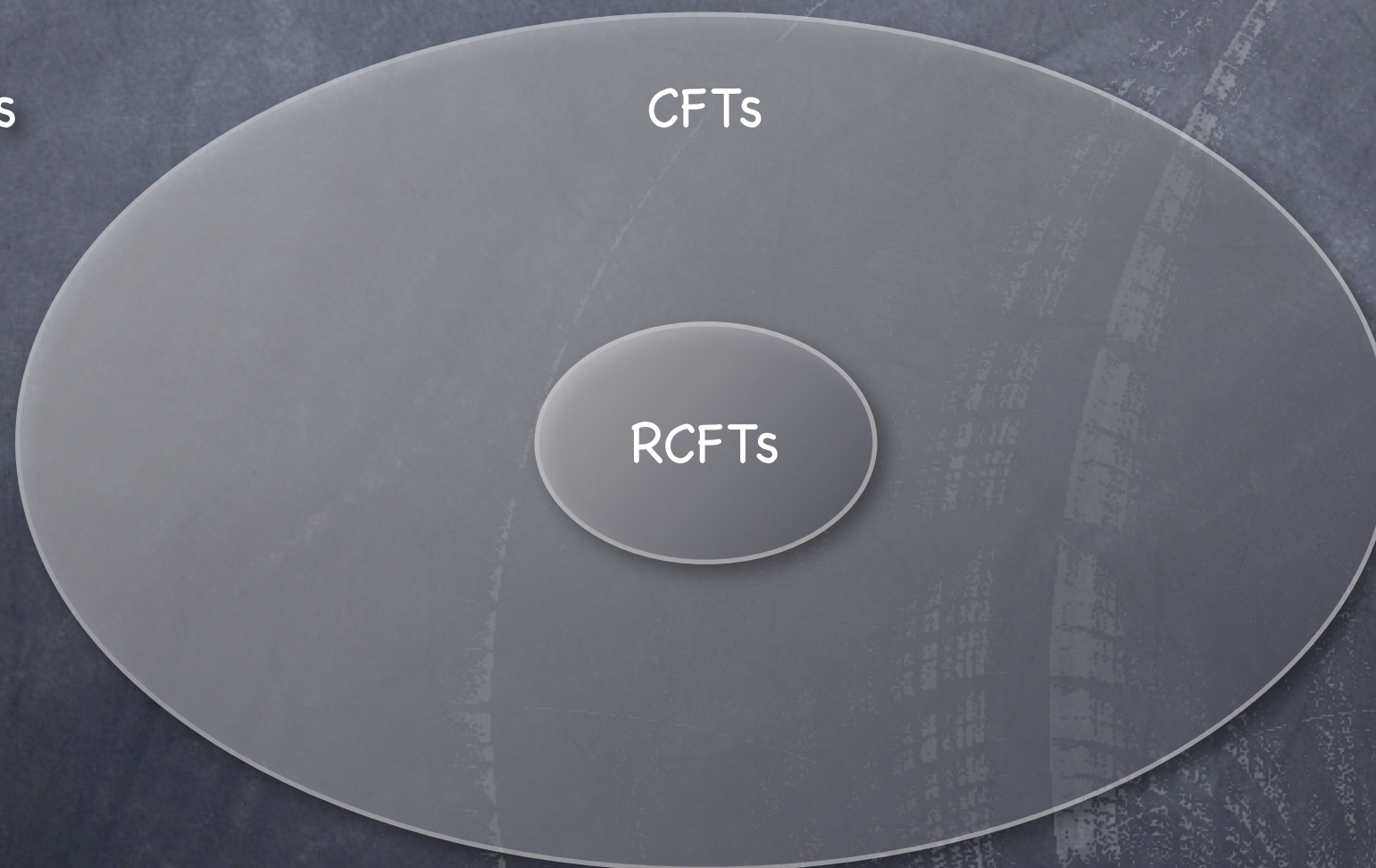
CFTs



Einführung :: Der Raum der CFTs

- LCFTs sind allgemeiner als RCFTs.
- LCFTs sind ähnlicher zu generischen CFTs.
- LCFTs sind keine reinen Kuriositäten.

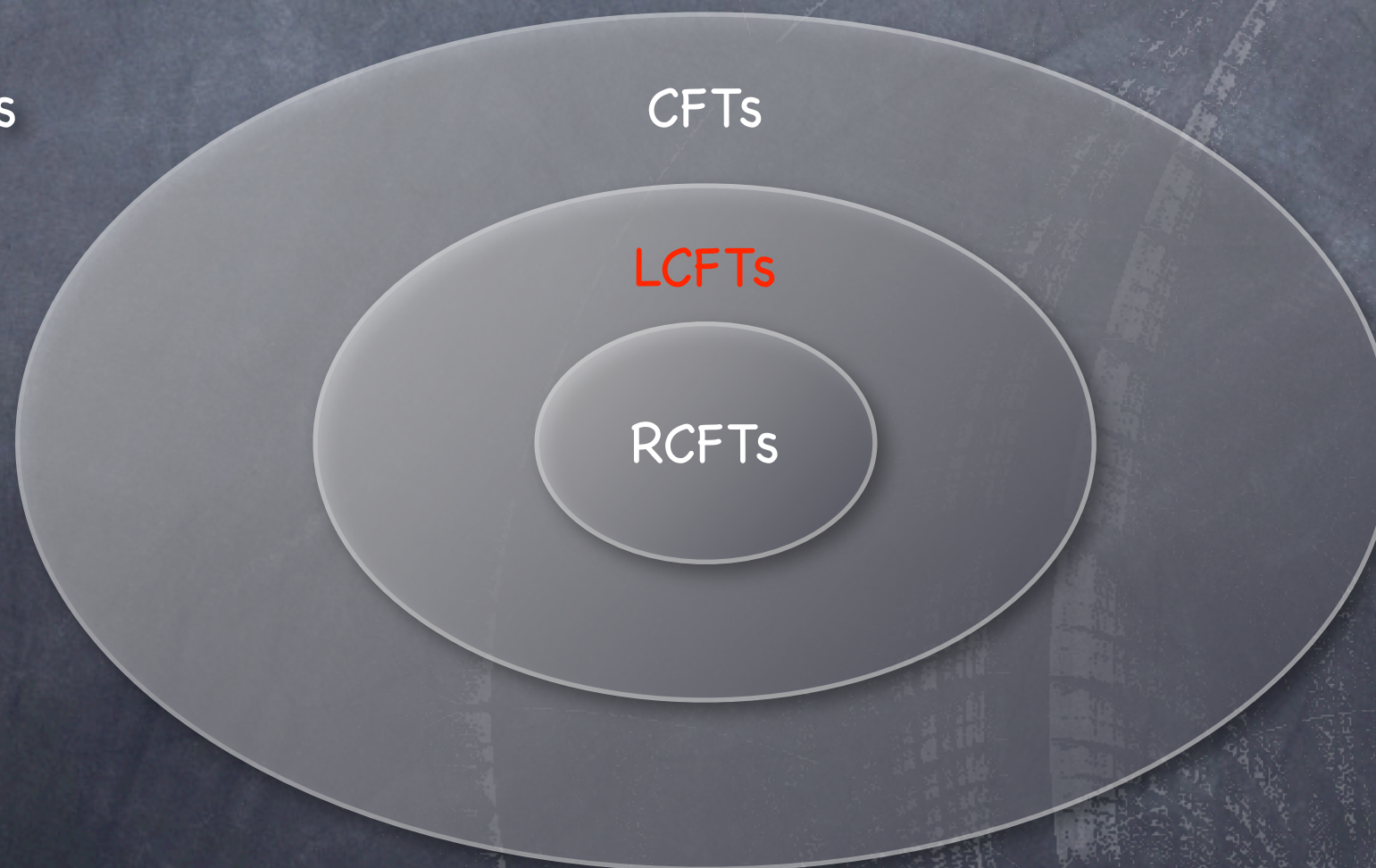
2-dim. QFTs



Einführung :: Der Raum der CFTs

- LCFTs sind allgemeiner als RCFTs.
- LCFTs sind ähnlicher zu generischen CFTs.
- LCFTs sind keine reinen Kuriositäten.

2-dim. QFTs



Einführung :: LCFT versus RCFT

Einführung :: LCFT versus RCFT

- LCFT überraschend ähnlich zu rationalen CFT.

Einführung :: LCFT versus RCFT

- LCFT überraschend ähnlich zu rationalen CFT.
- LCFT verallgemeinern viele der mächtigen Strukturen von rationalen CFTs.

Einführung :: LCFT versus RCFT

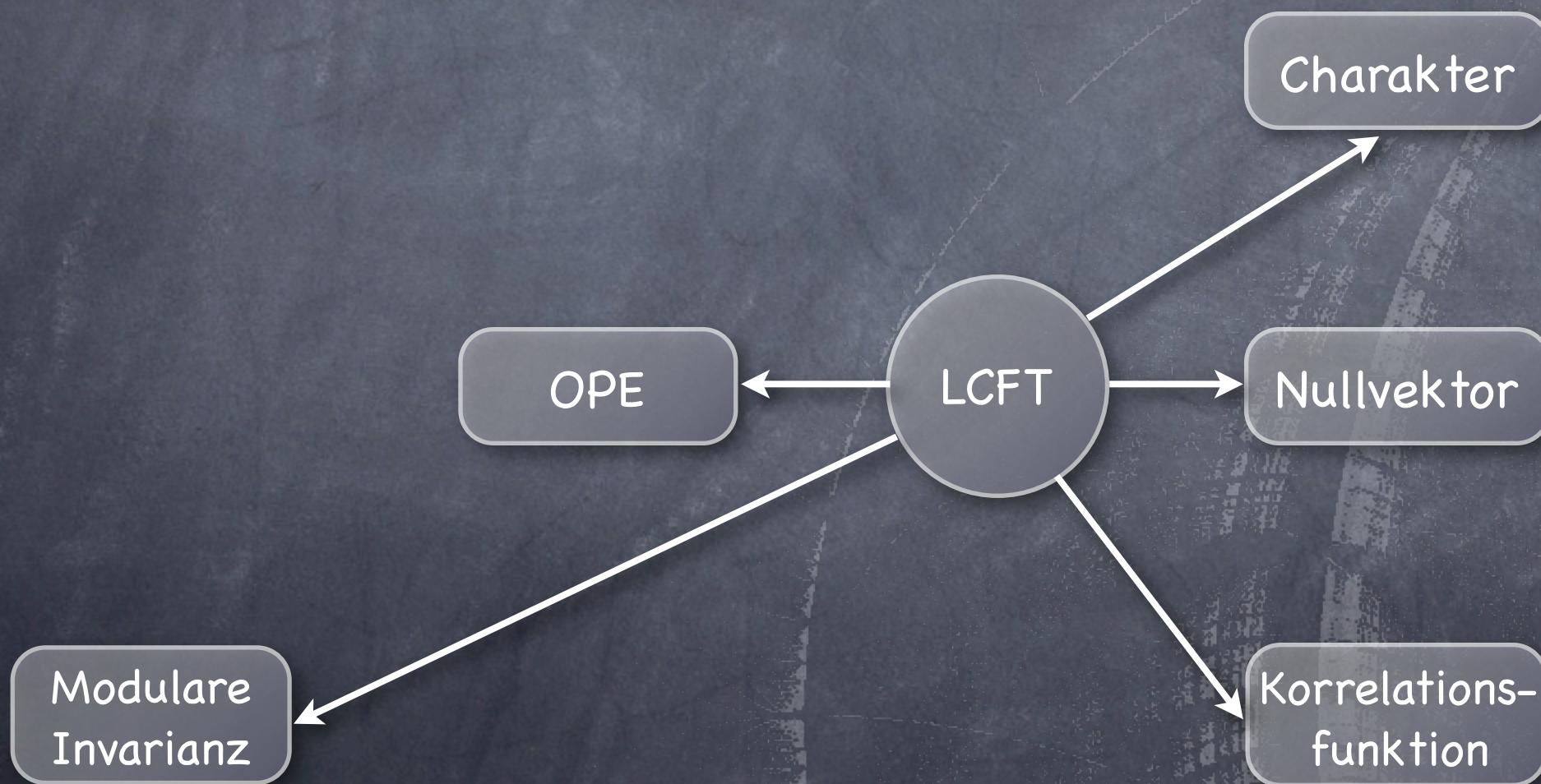
- LCFT überraschend ähnlich zu rationalen CFT.
- LCFT verallgemeinern viele der mächtigen Strukturen von rationalen CFTs.



LCFT

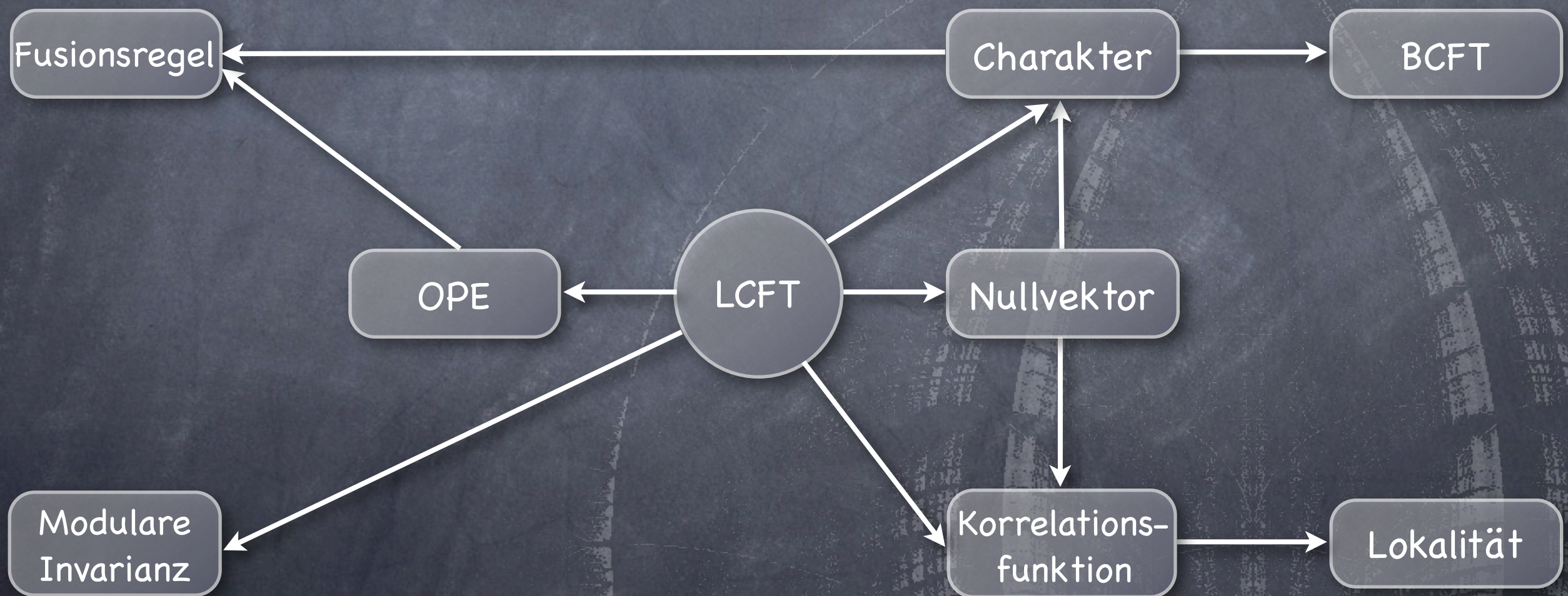
Einführung :: LCFT versus RCFT

- LCFT überraschend ähnlich zu rationalen CFT.
- LCFT verallgemeinern viele der mächtigen Strukturen von rationalen CFTs.



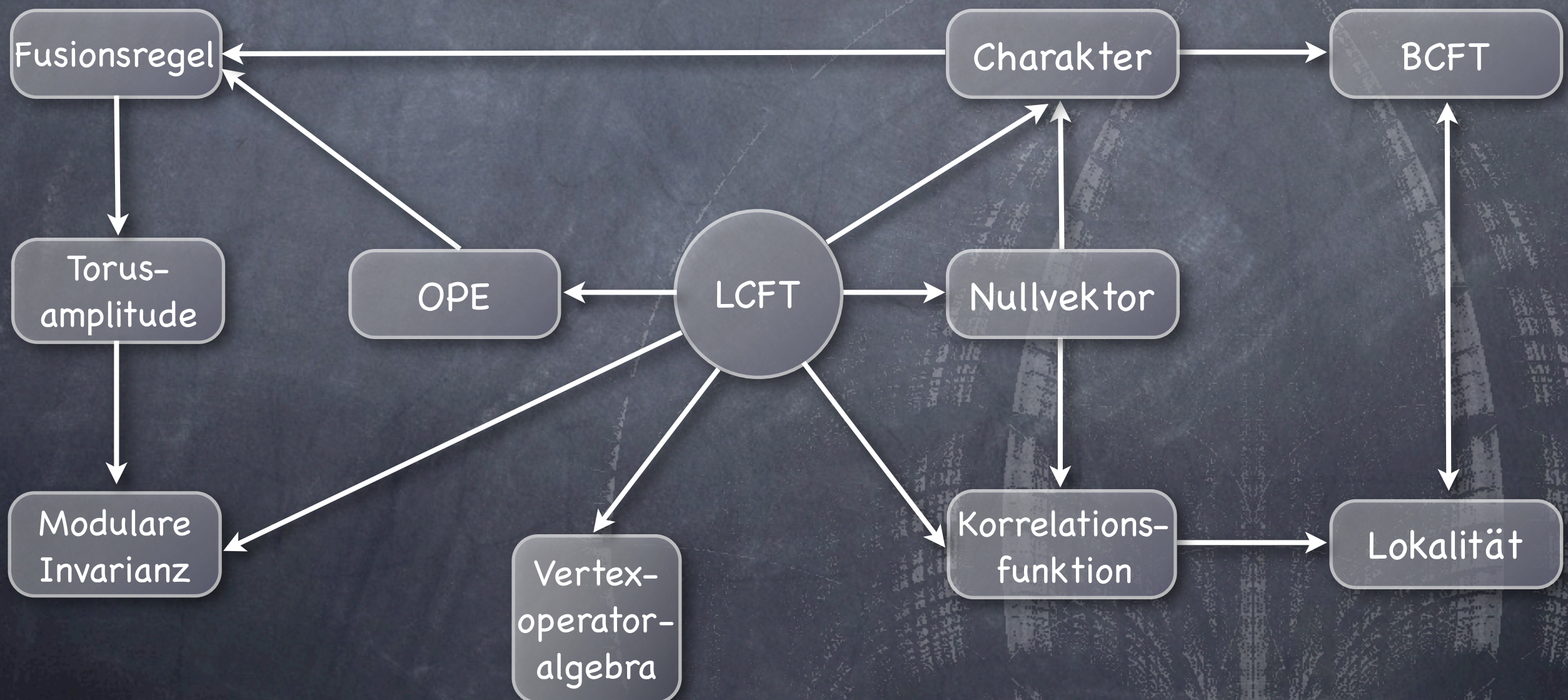
Einführung :: LCFT versus RCFT

- LCFT überraschend ähnlich zu rationalen CFT.
- LCFT verallgemeinern viele der mächtigen Strukturen von rationalen CFTs.



Einführung :: LCFT versus RCFT

- LCFT überraschend ähnlich zu rationalen CFT.
- LCFT verallgemeinern viele der mächtigen Strukturen von rationalen CFTs.



Einführung :: Wofür ist LCFT gut?

Einführung :: Wofür ist LCFT gut?

- LCFT hat viele Anwendungen von Stringtheorie bis zu statistischer und Festkörper-Physik.

Einführung :: Wofür ist LCFT gut?

- LCFT hat viele Anwendungen von Stringtheorie bis zu statistischer und Festkörper-Physik.
- LCFT ist für die Klassifikation aller (rationalen) CFTs unabdingbar.

Einführung :: Wofür ist LCFT gut?

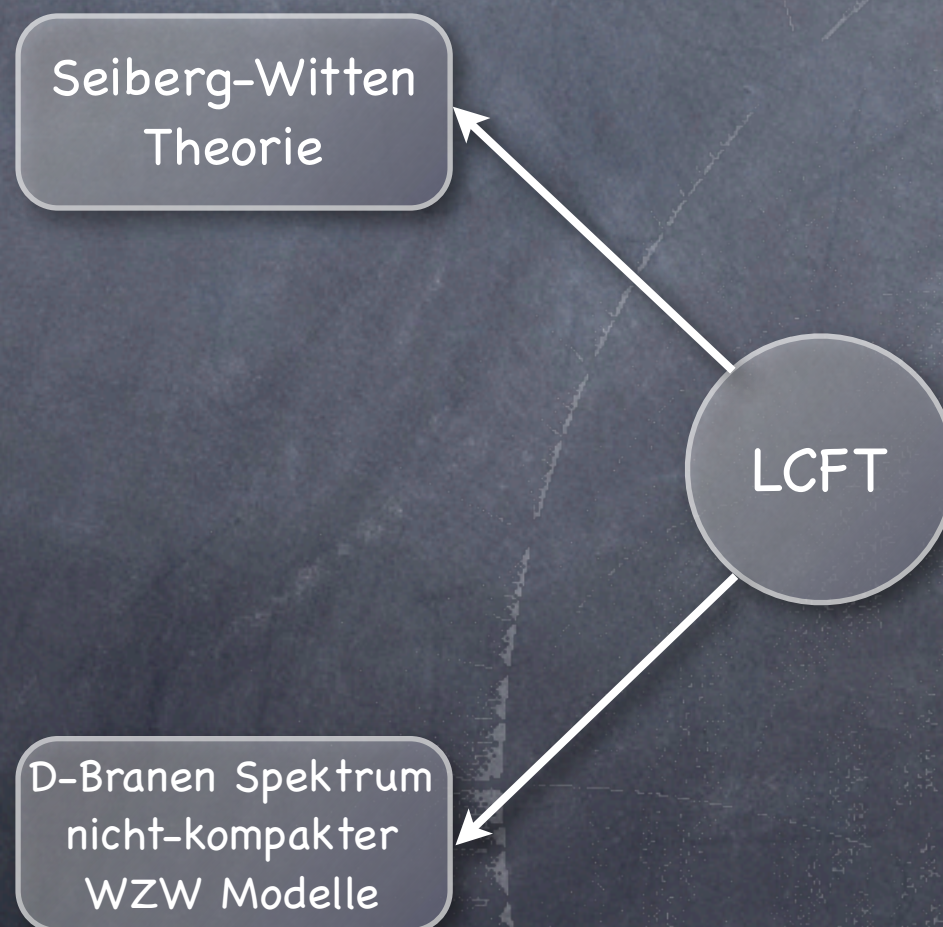
- LCFT hat viele Anwendungen von Stringtheorie bis zu statistischer und Festkörper-Physik.
- LCFT ist für die Klassifikation aller (rationalen) CFTs unabdingbar.



LCFT

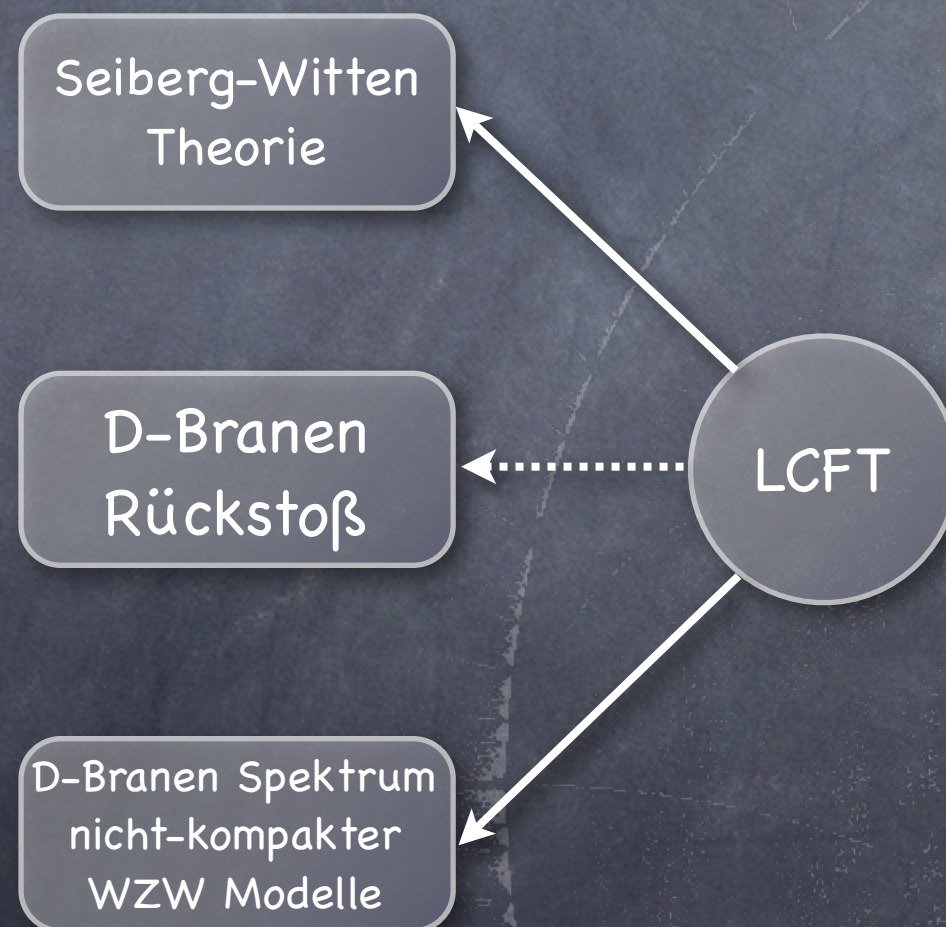
Einführung :: Wofür ist LCFT gut?

- LCFT hat viele Anwendungen von Stringtheorie bis zu statistischer und Festkörper-Physik.
- LCFT ist für die Klassifikation aller (rationalen) CFTs unabdingbar.



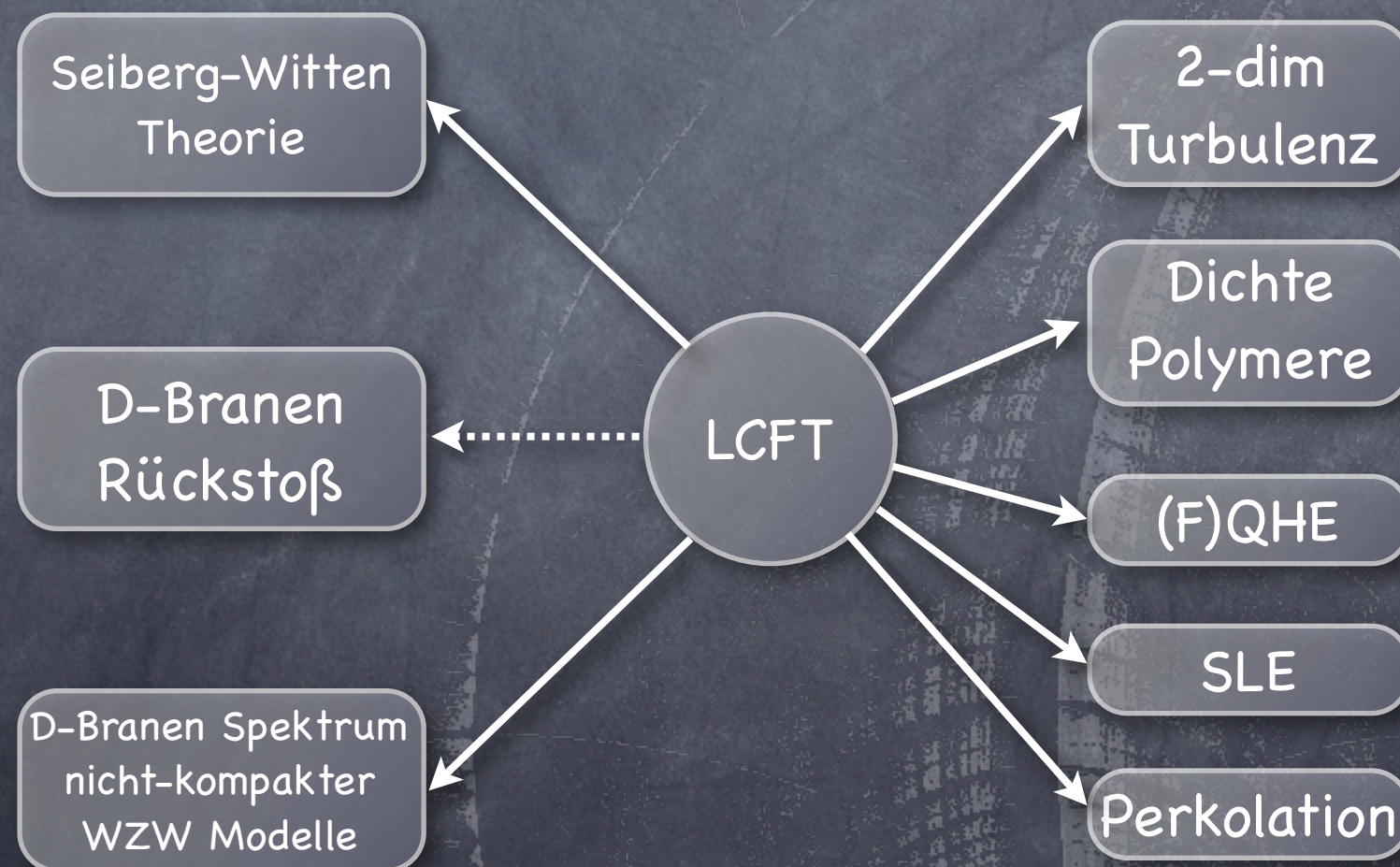
Einführung :: Wofür ist LCFT gut?

- LCFT hat viele Anwendungen von Stringtheorie bis zu statistischer und Festkörper-Physik.
- LCFT ist für die Klassifikation aller (rationalen) CFTs unabdingbar.



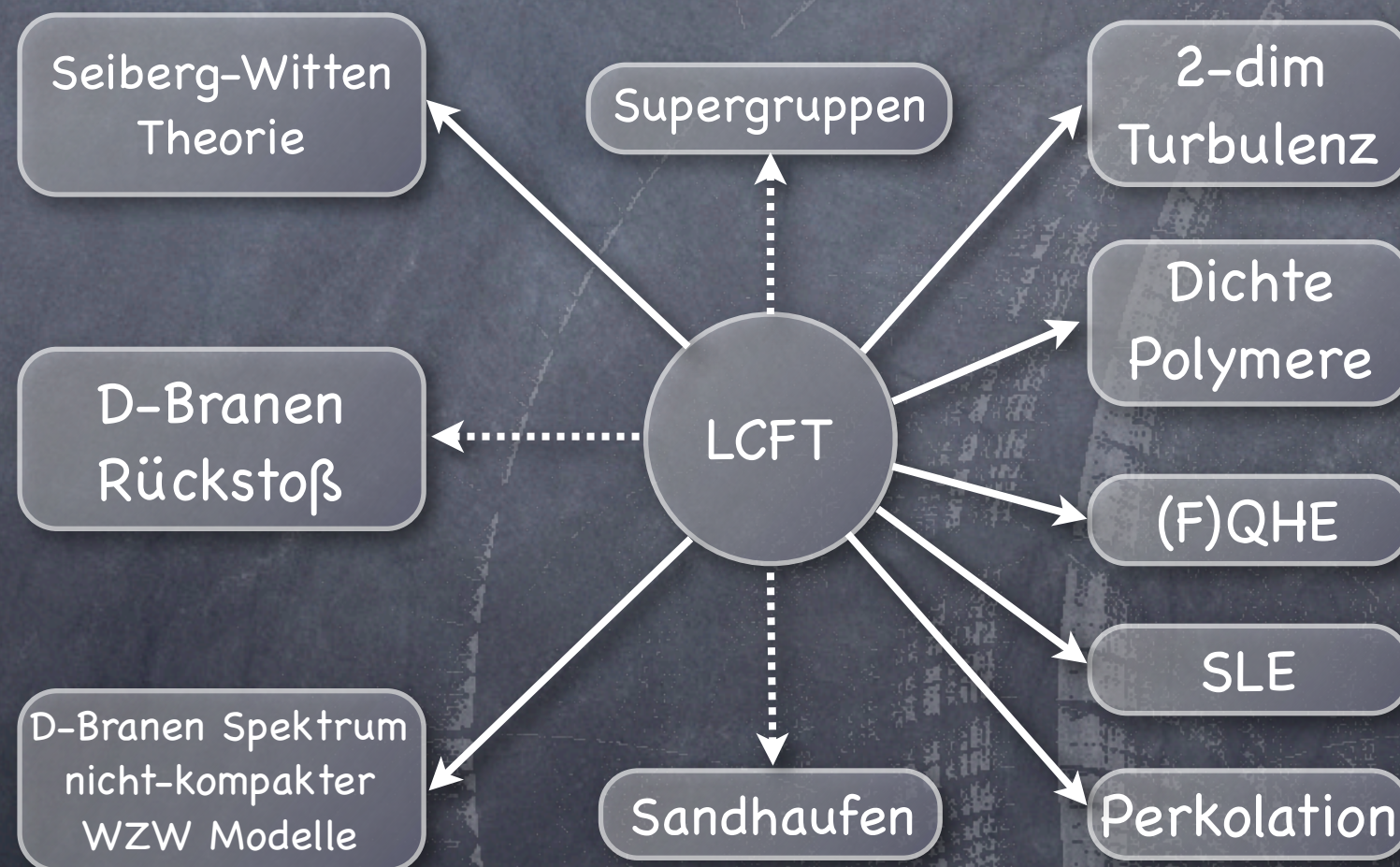
Einführung :: Wofür ist LCFT gut?

- LCFT hat viele Anwendungen von Stringtheorie bis zu statistischer und Festkörper-Physik.
- LCFT ist für die Klassifikation aller (rationalen) CFTs unabdingbar.



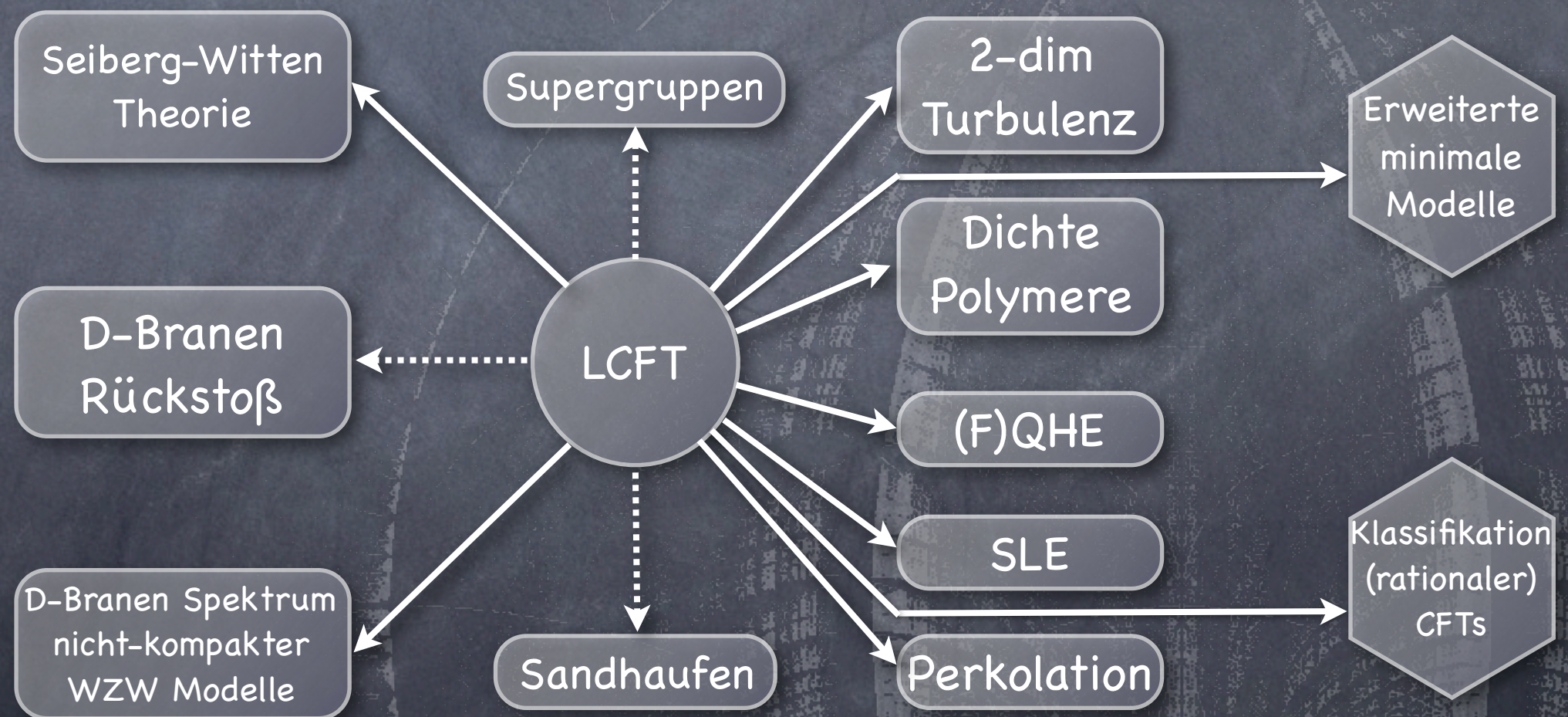
Einführung :: Wofür ist LCFT gut?

- LCFT hat viele Anwendungen von Stringtheorie bis zu statistischer und Festkörper-Physik.
- LCFT ist für die Klassifikation aller (rationalen) CFTs unabdingbar.



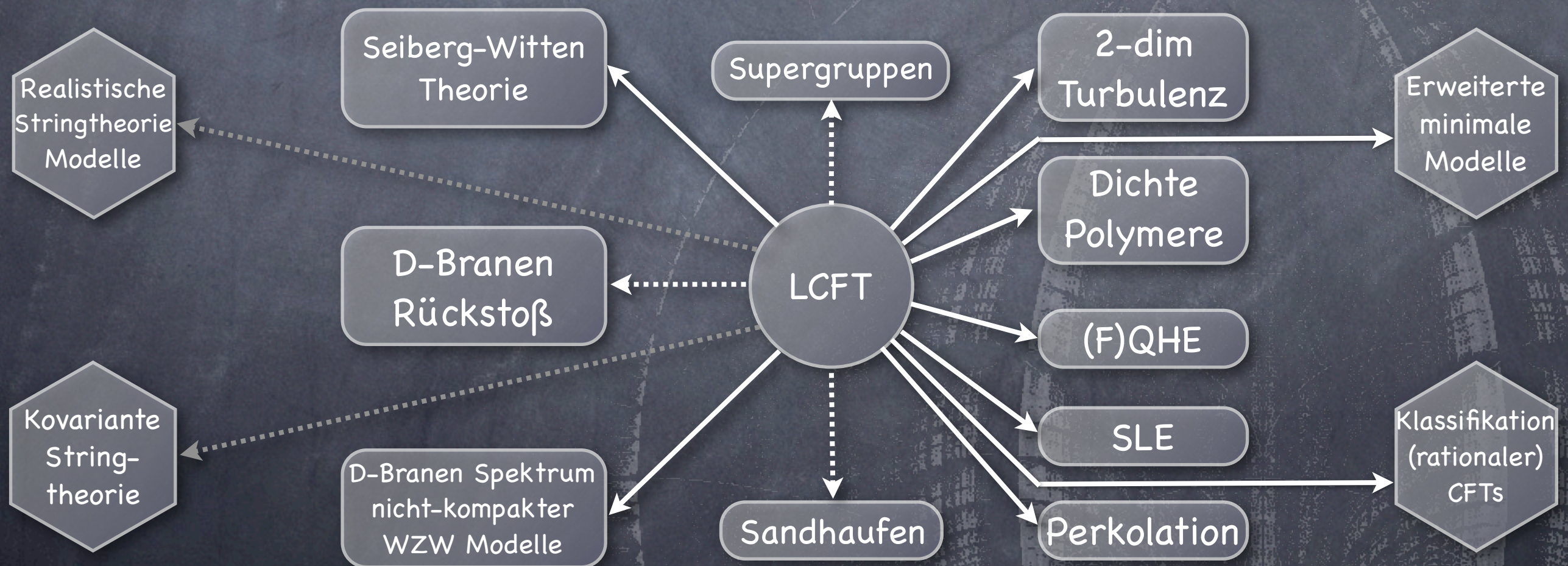
Einführung :: Wofür ist LCFT gut?

- LCFT hat viele Anwendungen von Stringtheorie bis zu statistischer und Festkörper-Physik.
- LCFT ist für die Klassifikation aller (rationalen) CFTs unabdingbar.



Einführung :: Wofür ist LCFT gut?

- LCFT hat viele Anwendungen von Stringtheorie bis zu statistischer und Festkörper-Physik.
- LCFT ist für die Klassifikation aller (rationalen) CFTs unabdingbar.



LCFT Grundlagen

LCFT Grundlagen

• Ward-Identitäten

LCFT Grundlagen

- Ward-Identitäten
- Inhomogenitäten in Ward-Identitäten

LCFT Grundlagen

- Ward-Identitäten
- Inhomogenitäten in Ward-Identitäten
- 1Pkt, 2Pkt & 3Pkt Korrelatoren

LCFT Grundlagen

- Ward-Identitäten
- Inhomogenitäten in Ward-Identitäten
- 1Pkt, 2Pkt & 3Pkt Korrelatoren
- Operatorproduktentwicklung

LCFT Grundlagen

- Ward-Identitäten
- Inhomogenitäten in Ward-Identitäten
- 1Pkt, 2Pkt & 3Pkt Korrelatoren
- Operatorproduktentwicklung
- 4Pkt Funktionen

LCFT Grundlagen :: Ward-Identitäten

LCFT Grundlagen :: Ward-Identitäten

- Korrelationsfunktionen müssen die **globalen konformen Ward-Identitäten** erfüllen, d.h. für $m = -1, 0, 1$ muss gelten

$$\begin{aligned} 0 &= L_m \langle \Psi_1(z_1) \dots \Psi_n(z_n) \rangle \\ &= \sum_{i=1}^n z_i^m \left[z_i \partial_i + (m+1)(h_i + \hat{\delta}_{n_i}) \right] \langle \Psi_1(z_1) \dots \Psi_n(z_n) \rangle . \end{aligned}$$

LCFT Grundlagen :: Ward-Identitäten

- Korrelationsfunktionen müssen die **globalen konformen Ward-Identitäten** erfüllen, d.h. für $m = -1, 0, 1$ muss gelten

$$\begin{aligned} 0 &= L_m \langle \Psi_1(z_1) \dots \Psi_n(z_n) \rangle \\ &= \sum_{i=1}^n z_i^m \left[z_i \partial_i + (m+1)(h_i + \hat{\delta}_{h_i}) \right] \langle \Psi_1(z_1) \dots \Psi_n(z_n) \rangle . \end{aligned}$$

- Im Fall von Rang $r > 1$ Jordan-Zellen unzerlegbarer Darstellungen der Virasoro-Algebra $\mathfrak{Vir}$, haben wir

$$\hat{\delta}_{h_i} \Psi_{(h_j; k_j)} = \begin{cases} \delta_{i,j} \Psi_{(h_j; k_j-1)} & \text{if } 1 \leq k_j \leq r-1, \\ 0 & \text{if } k_j = 0. \end{cases}$$

LCFT Grundlagen :: Ward-Identitäten

- Korrelationsfunktionen müssen die **globalen konformen Ward-Identitäten** erfüllen, d.h. für $m = -1, 0, 1$ muss gelten

$$\begin{aligned} 0 &= L_m \langle \Psi_1(z_1) \dots \Psi_n(z_n) \rangle \\ &= \sum_{i=1}^n z_i^m \left[z_i \partial_i + (m+1)(h_i + \hat{\delta}_{h_i}) \right] \langle \Psi_1(z_1) \dots \Psi_n(z_n) \rangle . \end{aligned}$$

- Im Fall von Rang $r > 1$ Jordan-Zellen unzerlegbarer Darstellungen der Virasoro-Algebra $\mathfrak{Vir}$, haben wir

$$\hat{\delta}_{h_i} \Psi_{(h_j; k_j)} = \begin{cases} \delta_{i,j} \Psi_{(h_j; k_j-1)} & \text{if } 1 \leq k_j \leq r-1, \\ 0 & \text{if } k_j = 0. \end{cases}$$

- Äquivalent dazu: $L_0 |h; k\rangle = h |h; k\rangle + (1 - \delta_{k,0}) |h; k-1\rangle$.

LCFT Grundlagen :: Inhomogenitäten

LCFT Grundlagen :: Inhomogenitäten

- Ward-Identitäten werden in der LCFT **inhomogen**. Diese Inhomogenitäten sind durch Korrelationsfunktionen gegeben, deren **totaler Jordan-level** $K = \sum_{i=1}^n k_i$ um 1 verringert ist,

LCFT Grundlagen :: Inhomogenitäten

- Ward-Identitäten werden in der LCFT **inhomogen**. Diese Inhomogenitäten sind durch Korrelationsfunktionen gegeben, deren **totaler Jordan-level** $K = \sum_{i=1}^n k_i$ um 1 verringert ist,

$$\langle \Psi_{(h_1; k_1)}(z_1) \dots \Psi_{(h_n; k_n)}(z_n) \rangle \equiv \langle k_1 k_2 \dots k_n \rangle ,$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{(m+1)} L'_m \langle k_1 k_2 \dots k_n \rangle &= -z_1^m \langle \mathbf{k}_1 - \mathbf{1}, k_2 \dots k_n \rangle \\ &\quad - z_2^m \langle k_1, \mathbf{k}_2 - \mathbf{1}, k_3 \dots k_n \rangle \\ &\quad - \dots \\ &\quad - z_n^m \langle k_1 \dots k_{n-1}, \mathbf{k}_n - \mathbf{1} \rangle . \end{aligned}$$

LCFT Grundlagen :: Inhomogenitäten

- Ward-Identitäten werden in der LCFT **inhomogen**. Diese Inhomogenitäten sind durch Korrelationsfunktionen gegeben, deren **totaler Jordan-level** $K = \sum_{i=1}^n k_i$ um 1 verringert ist,

$$\langle \Psi_{(h_1; k_1)}(z_1) \dots \Psi_{(h_n; k_n)}(z_n) \rangle \equiv \langle k_1 k_2 \dots k_n \rangle ,$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{(m+1)} L'_m \langle k_1 k_2 \dots k_n \rangle &= -z_1^m \langle \mathbf{k}_1 - \mathbf{1}, k_2 \dots k_n \rangle \\ &\quad - z_2^m \langle k_1, \mathbf{k}_2 - \mathbf{1}, k_3 \dots k_n \rangle \\ &\quad - \dots \\ &\quad - z_n^m \langle k_1 \dots k_{n-1}, \mathbf{k}_n - \mathbf{1} \rangle . \end{aligned}$$

- Hierarchisches Schema von Lösungen, beginnend mit Korrelatoren vom total Jordan-level $K = \mathbf{r} - \mathbf{1}$.

LCFT Grundlagen :: Korrelatoren

LCFT Grundlagen :: Korrelatoren

- Generische Form von 1, 2 und 3Pkt Funktionen für Felder in Jordan-Zellen, prälogarithmische Felder und fermionische Felder in Rang r LCFT ist eindeutig festgelegt:

LCFT Grundlagen :: Korrelatoren

- Generische Form von 1, 2 und 3Pkt Funktionen für Felder in Jordan-Zellen, prälogarithmische Felder und fermionische Felder in Rang r LCFT ist eindeutig festgelegt:

$$\langle \Psi_{(h;k)} \rangle = \delta_{h,0} \delta_{k,r-1},$$

$$\langle \Psi_{(h;k)}(z) \Psi_{(h';k')}(0) \rangle = \delta_{hh'} \sum_{j=r-1}^{k+k'} D_{(h;j)} \sum_{\substack{0 \leq i \leq k, 0 \leq i' \leq k' \\ i+i'=k+k'-j}} \frac{(\partial_h)^i}{i!} \frac{(\partial_{h'})^{i'}}{i'!} z^{-h-h'},$$

$$\langle \Psi_{(h_1;k_1)}(z_1) \Psi_{(h_2;k_2)}(z_2) \Psi_{(h_3;k_3)}(z_3) \rangle = \sum_{j=r-1}^{k_1+k_2+k_3} C_{(h_1 h_2 h_3; j)}$$

$$\times \sum_{\substack{0 \leq i_l \leq k_l, l=1,2,3 \\ i_1+i_2+i_3=k_1+k_2+k_3-j}} \frac{(\partial_{h_1})^{i_1}}{i_1!} \frac{(\partial_{h_2})^{i_2}}{i_2!} \frac{(\partial_{h_3})^{i_3}}{i_3!} \prod_{\substack{\sigma \in S_3 \\ \sigma(1) < \sigma(2)}} (z_{\sigma(1)\sigma(2)})^{h_{\sigma(3)} - h_{\sigma(1)} - h_{\sigma(2)}}.$$

LCFT Grundlagen :: Operatorproduktentwicklung

LCFT Grundlagen :: Operatorproduktentwicklung

- Resultat für 2 und 3Pkt Funktionen liefert Verallgemeinerung der OPE für den Fall des Produktes von Feldern in Rang r
Jordan-Zellen:

$$\Psi_{(h_1; k_1)}(z_1) \Psi_{(h_2; k_2)}(z_2) = \sum_{(h; k)} \Psi_{(h; k)}(z_2) \lim_{z_1 \rightarrow z_2} \sum_{k'} \langle \Psi_{(h_1; k_1)}(z_1) \Psi_{(h_2; k_2)}(z_2) \Psi_{(h; k')} (z_3) \rangle \left(\langle \Psi_{(h; \cdot)}(z_2) \Psi_{(h; \cdot)}(z_3) \rangle^{-1} \right)_{k' k} .$$

LCFT Grundlagen :: Operatorproduktentwicklung

- Resultat für 2 und 3Pkt Funktionen liefert Verallgemeinerung der OPE für den Fall des Produktes von Feldern in Rang r Jordan-Zellen:

$$\Psi_{(h_1; k_1)}(z_1) \Psi_{(h_2; k_2)}(z_2) = \sum_{(h; k)} \Psi_{(h; k)}(z_2) \lim_{z_1 \rightarrow z_2} \sum_{k'} \langle \Psi_{(h_1; k_1)}(z_1) \Psi_{(h_2; k_2)}(z_2) \Psi_{(h; k')}(z_3) \rangle \left(\langle \Psi_{(h; \cdot)}(z_2) \Psi_{(h; \cdot)}(z_3) \rangle^{-1} \right)_{k'k}.$$

- Matrix der 2Pkt Funktionen invertierbar.

LCFT Grundlagen :: Operatorproduktentwicklung

- Resultat für 2 und 3Pkt Funktionen liefert Verallgemeinerung der OPE für den Fall des Produktes von Feldern in Rang r Jordan-Zellen:

$$\Psi_{(h_1; k_1)}(z_1) \Psi_{(h_2; k_2)}(z_2) = \sum_{(h; k)} \Psi_{(h; k)}(z_2) \lim_{z_1 \rightarrow z_2} \sum_{k'} \langle \Psi_{(h_1; k_1)}(z_1) \Psi_{(h_2; k_2)}(z_2) \Psi_{(h; k')}(z_3) \rangle \left(\langle \Psi_{(h; \cdot)}(z_2) \Psi_{(h; \cdot)}(z_3) \rangle^{-1} \right)_{k'k}.$$

- Matrix der 2Pkt Funktionen invertierbar.
- Verallgemeinerung auf prälogarithmische Felder einfach.

LCFT Grundlagen :: Operatorproduktentwicklung

- Resultat für 2 und 3Pkt Funktionen liefert Verallgemeinerung der OPE für den Fall des Produktes von Feldern in Rang r Jordan-Zellen:

$$\Psi_{(h_1; k_1)}(z_1) \Psi_{(h_2; k_2)}(z_2) = \sum_{(h; k)} \Psi_{(h; k)}(z_2) \lim_{z_1 \rightarrow z_2} \sum_{k'} \langle \Psi_{(h_1; k_1)}(z_1) \Psi_{(h_2; k_2)}(z_2) \Psi_{(h; k')}(z_3) \rangle \left(\langle \Psi_{(h; \cdot)}(z_2) \Psi_{(h; \cdot)}(z_3) \rangle^{-1} \right)_{k'k}.$$

- Matrix der 2Pkt Funktionen invertierbar.
- Verallgemeinerung auf prälogarithmische Felder einfach.
- Lokalität: $(z_i - z_j) \mapsto |z_i - z_j|^2$, $\log(z_i - z_j) \mapsto \log |z_i - z_j|^2$.

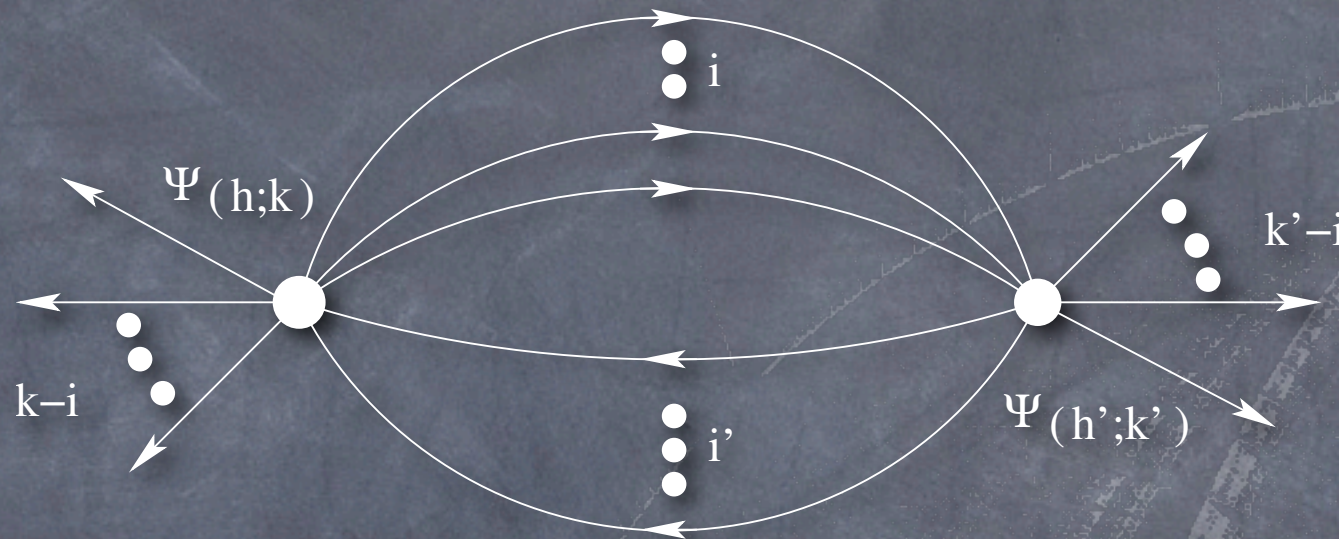
LCFT Grundlagen :: 4Pkt Funktionen

LCFT Grundlagen :: 4Pkt Funktionen

- Allgemeine Form der 4Pkt Funktionen viel komplizierter, graphische Notation notwendig:

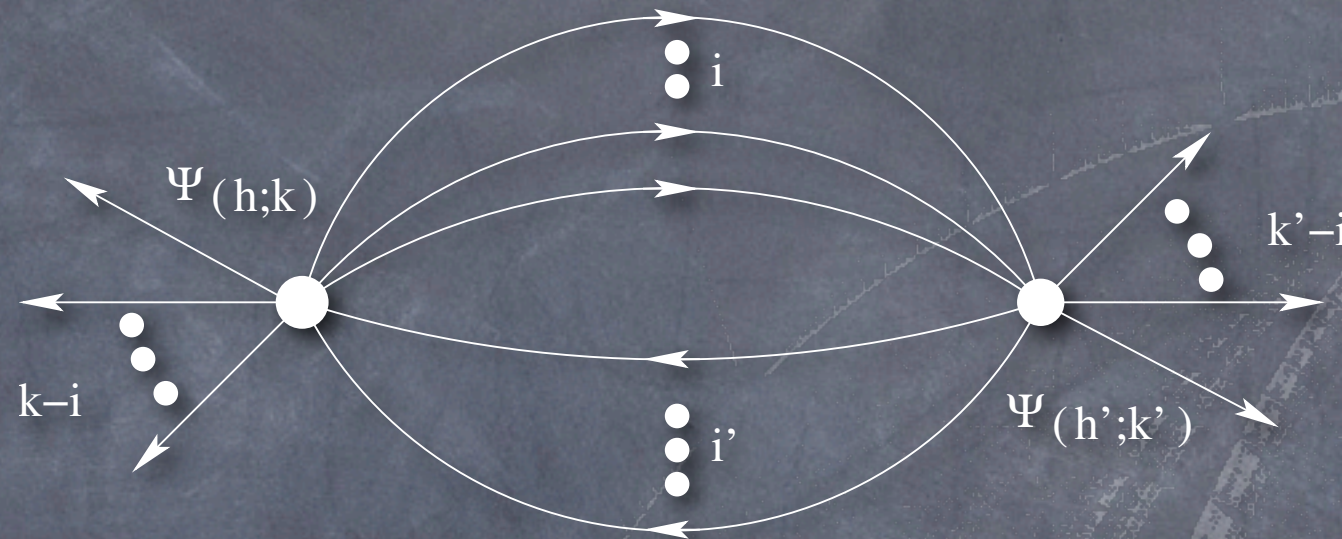
LCFT Grundlagen :: 4Pkt Funktionen

- Allgemeine Form der 4Pkt Funktionen viel komplizierter, graphische Notation notwendig:



LCFT Grundlagen :: 4Pkt Funktionen

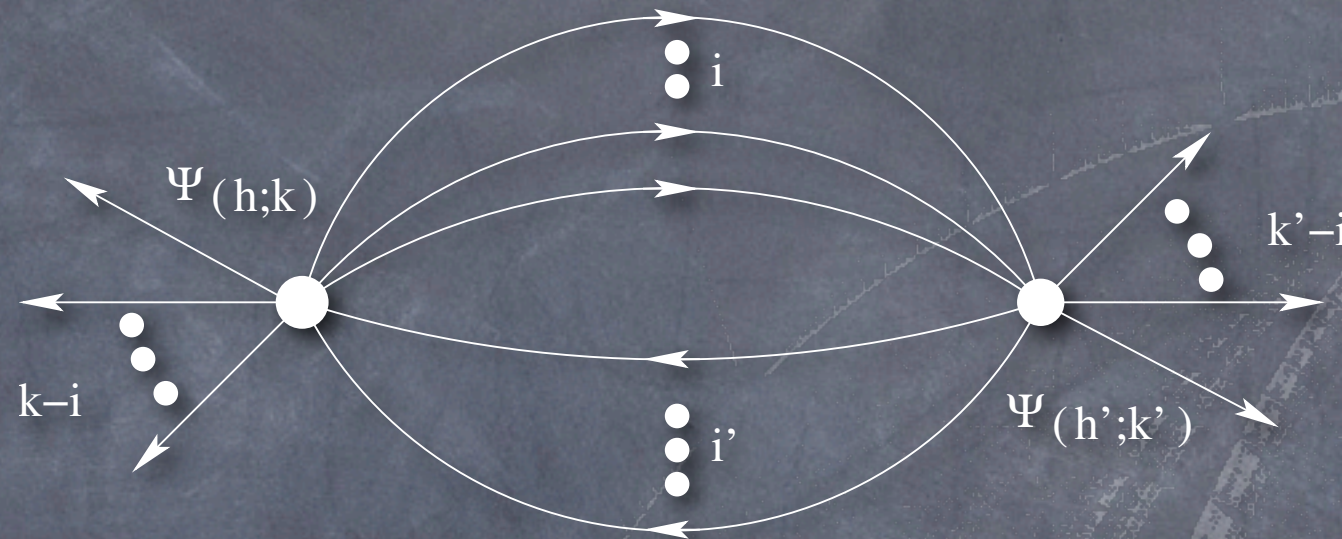
- Allgemeine Form der 4Pkt Funktionen viel komplizierter, graphische Notation notwendig:



- Terme der allg. Form der n -Pkt Funktion durch Summe über alle erlaubten Graphen gegeben, gemäß der Regeln:

LCFT Grundlagen :: 4Pkt Funktionen

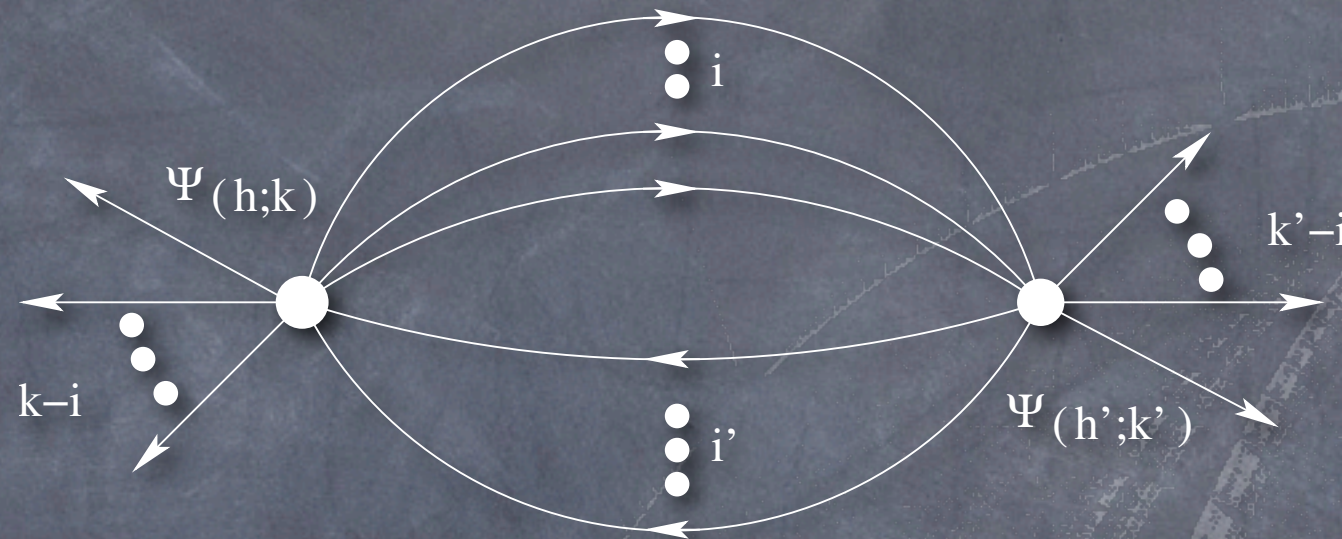
- Allgemeine Form der 4Pkt Funktionen viel komplizierter, graphische Notation notwendig:



- Terme der allg. Form der n -Pkt Funktion durch Summe über alle erlaubten Graphen gegeben, gemäß der Regeln:
 - Jeder k_{out} -Vertex kann $k'_{\text{in}} \leq (r-1)$ Linien empfangen.

LCFT Grundlagen :: 4Pkt Funktionen

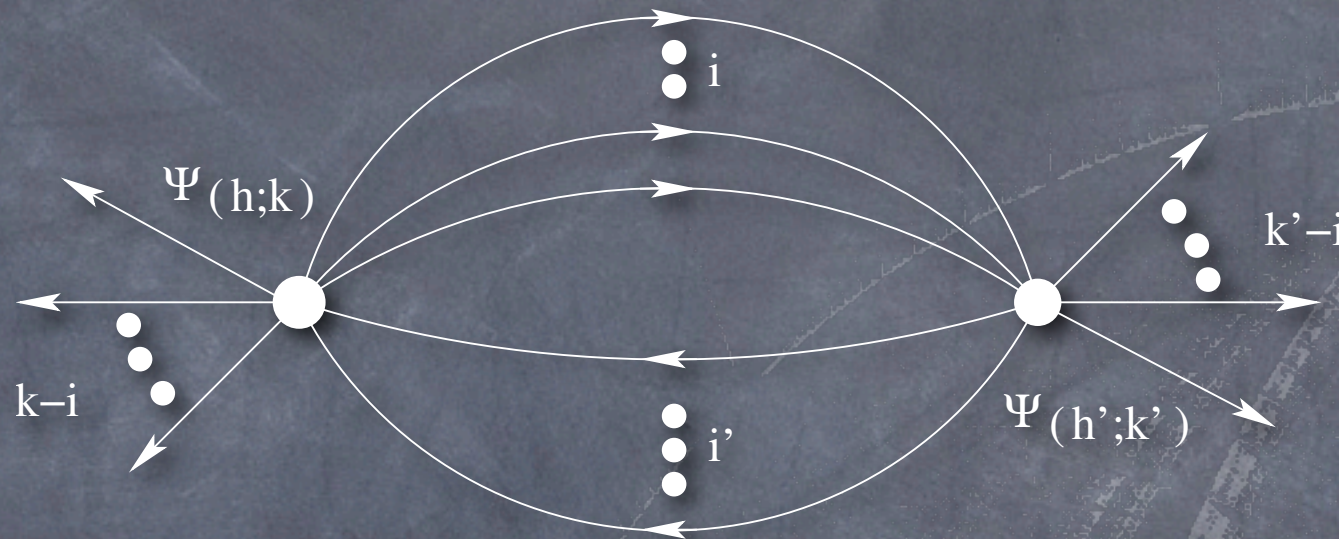
- Allgemeine Form der 4Pkt Funktionen viel komplizierter, graphische Notation notwendig:



- Terme der allg. Form der n -Pkt Funktion durch Summe über alle erlaubten Graphen gegeben, gemäß der Regeln:
 - Jeder k_{out} -Vertex kann $k'_{\text{in}} \leq (r-1)$ Linien empfangen.
 - Vertices mit $k_{\text{out}} = 0$ (eigentliche primäre Felder) dürfen keine Linien empfangen.

LCFT Grundlagen :: 4Pkt Funktionen

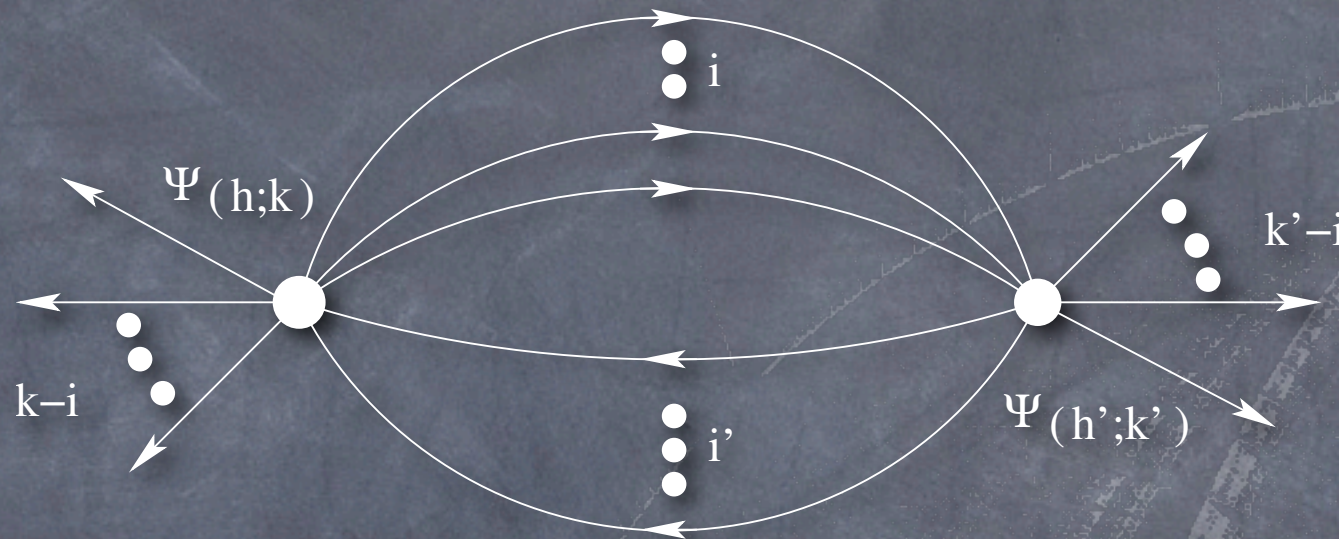
- Allgemeine Form der 4Pkt Funktionen viel komplizierter, graphische Notation notwendig:



- Terme der allg. Form der n -Pkt Funktion durch Summe über alle erlaubten Graphen gegeben, gemäß der Regeln:
 - Jeder k_{out} -Vertex kann $k'_{\text{in}} \leq (r-1)$ Linien empfangen.
 - Vertices mit $k_{\text{out}} = 0$ (eigentliche primäre Felder) dürfen keine Linien empfangen.
 - Vertex i empfängt Linien von Vertex j nur für $j \neq i$.

LCFT Grundlagen :: 4Pkt Funktionen

- Allgemeine Form der 4Pkt Funktionen viel komplizierter, graphische Notation notwendig:



- Terme der allg. Form der n -Pkt Funktion durch Summe über alle erlaubten Graphen gegeben, gemäß der Regeln:
 - Jeder k_{out} -Vertex kann $k'_{\text{in}} \leq (r-1)$ Linien empfangen.
 - Vertices mit $k_{\text{out}} = 0$ (eigentliche primäre Felder) dürfen keine Linien empfangen.
 - Vertex i empfängt Linien von Vertex j nur für $j \neq i$.
 - Genau $r-1$ Linien im Korrelator bleiben frei.

LCFT Grundlagen :: 4Pkt Funktionen

LCFT Grundlagen :: 4Pkt Funktionen

- Allgemeine Form der LCFT 4Pkt Funktion ist

$$\langle k_1 k_2 k_3 k_4 \rangle \equiv \langle \Psi_{(h_1; k_1)}(z_1) \dots \Psi_{(h_4; k_4)}(z_4) \rangle =$$

$$\prod_{i < j} (z_{ij})^{\mu_{ij}} \sum_{(k'_1, k'_2, k'_3, k'_4)} \left[\sum_{g \in G_{K-K'}} C(g) \left(\prod_{i < j} \log^{A_{ij}(g)}(z_{ij}) \right) \right] F_{k'_1 k'_2 k'_3 k'_4}(x),$$

wobei

LCFT Grundlagen :: 4Pkt Funktionen

- Allgemeine Form der LCFT 4Pkt Funktion ist

$$\langle k_1 k_2 k_3 k_4 \rangle \equiv \langle \Psi_{(h_1; k_1)}(z_1) \dots \Psi_{(h_4; k_4)}(z_4) \rangle =$$

$$\prod_{i < j} (z_{ij})^{\mu_{ij}} \sum_{(k'_1, k'_2, k'_3, k'_4)} \left[\sum_{g \in G_{K-K'}} C(g) \left(\prod_{i < j} \log^{A_{ij}(g)}(z_{ij}) \right) \right] F_{k'_1 k'_2 k'_3 k'_4}(x),$$

wobei

- $G_{K-K'}$ ist Menge der Graphen für $(k_1 - k'_1, \dots, k_4 - k'_4)$,

LCFT Grundlagen :: 4Pkt Funktionen

- Allgemeine Form der LCFT 4Pkt Funktion ist

$$\langle k_1 k_2 k_3 k_4 \rangle \equiv \langle \Psi_{(h_1; k_1)}(z_1) \dots \Psi_{(h_4; k_4)}(z_4) \rangle =$$

$$\prod_{i < j} (z_{ij})^{\mu_{ij}} \sum_{(k'_1, k'_2, k'_3, k'_4)} \left[\sum_{g \in G_{K-K'}} C(g) \left(\prod_{i < j} \log^{A_{ij}(g)}(z_{ij}) \right) \right] F_{k'_1 k'_2 k'_3 k'_4}(x),$$

wobei

- $G_{K-K'}$ ist Menge der Graphen für $(k_1 - k'_1, \dots, k_4 - k'_4)$,
- $A_{ij}(g)$ ist Adjazenzzahl der Vertices i, j des Graphen g ,

LCFT Grundlagen :: 4Pkt Funktionen

- Allgemeine Form der LCFT 4Pkt Funktion ist

$$\langle k_1 k_2 k_3 k_4 \rangle \equiv \langle \Psi_{(h_1; k_1)}(z_1) \dots \Psi_{(h_4; k_4)}(z_4) \rangle =$$

$$\prod_{i < j} (z_{ij})^{\mu_{ij}} \sum_{(k'_1, k'_2, k'_3, k'_4)} \left[\sum_{g \in G_{K-K'}} C(g) \left(\prod_{i < j} \log^{A_{ij}(g)}(z_{ij}) \right) \right] F_{k'_1 k'_2 k'_3 k'_4}(x),$$

wobei

- $G_{K-K'}$ ist Menge der Graphen für $(k_1 - k'_1, \dots, k_4 - k'_4)$,
- $A_{ij}(g)$ ist Adjazenzzahl der Vertices i, j des Graphen g ,
- x ist harmonisches Verhältnis $x = \frac{z_{12} z_{34}}{z_{14} z_{23}}$,

LCFT Grundlagen :: 4Pkt Funktionen

- Allgemeine Form der LCFT 4Pkt Funktion ist

$$\langle k_1 k_2 k_3 k_4 \rangle \equiv \langle \Psi_{(h_1; k_1)}(z_1) \dots \Psi_{(h_4; k_4)}(z_4) \rangle =$$

$$\prod_{i < j} (z_{ij})^{\mu_{ij}} \sum_{(k'_1, k'_2, k'_3, k'_4)} \left[\sum_{g \in G_{K-K'}} C(g) \left(\prod_{i < j} \log^{A_{ij}(g)}(z_{ij}) \right) \right] F_{k'_1 k'_2 k'_3 k'_4}(x),$$

wobei

- $G_{K-K'}$ ist Menge der Graphen für $(k_1 - k'_1, \dots, k_4 - k'_4)$,
- $A_{ij}(g)$ ist Adjazenzzahl der Vertices i, j des Graphen g ,
- x ist harmonisches Verhältnis $x = \frac{z_{12} z_{34}}{z_{14} z_{23}}$,
- μ_{ij} ist z.B. $\mu_{ij} = \frac{1}{3}(\sum_k h_k) - h_i - h_j$.

LCFT Grundlagen :: 4Pkt Funktionen

- Allgemeine Form der LCFT 4Pkt Funktion ist

$$\langle k_1 k_2 k_3 k_4 \rangle \equiv \langle \Psi_{(h_1; k_1)}(z_1) \dots \Psi_{(h_4; k_4)}(z_4) \rangle =$$

$$\prod_{i < j} (z_{ij})^{\mu_{ij}} \sum_{(k'_1, k'_2, k'_3, k'_4)} \left[\sum_{g \in G_{K-K'}} C(g) \left(\prod_{i < j} \log^{A_{ij}(g)}(z_{ij}) \right) \right] F_{k'_1 k'_2 k'_3 k'_4}(x),$$

wobei

- $G_{K-K'}$ ist Menge der Graphen für $(k_1 - k'_1, \dots, k_4 - k'_4)$,
- $A_{ij}(g)$ ist Adjazenzzahl der Vertices i, j des Graphen g ,
- x ist harmonisches Verhältnis $x = \frac{z_{12} z_{34}}{z_{14} z_{23}}$,
- μ_{ij} ist z.B. $\mu_{ij} = \frac{1}{3} (\sum_k h_k) - h_i - h_j$.

- Anfangsbedingungen: $\langle k_1 k_2 k_3 k_4 \rangle = F_0(x)$ für $\sum_i k_i = r - 1$,
 $\langle k_1 k_2 k_3 k_4 \rangle = 0$ für $\sum_i k_i < r - 1$.

LCFT Grundlagen :: 4Pkt Funktionen

LCFT Grundlagen :: 4Pkt Funktionen

- Nutze weitere Symmetrien und Rekursionen. Rang $r = 2$:

LCFT Grundlagen :: 4Pkt Funktionen

- Nutze weitere Symmetrien und Rekursionen. Rang $r = 2$:

$$\langle 1000 \rangle = F_0$$

$$\langle 1100 \rangle = \mathcal{P}_{S_2} \left\{ \frac{1}{2} F_{1100} - \text{---} F_0 \right\}$$

$$\langle 1110 \rangle = \mathcal{P}_{S_3} \left\{ \frac{1}{6} F_{1110} + \left(\frac{1}{2} \mathcal{P}_{(13)} - 1 \right) \text{---} F_{0110} + \left[\text{---} - \frac{1}{2} \text{---} \right] F_0 \right\}$$

$$\langle 1111 \rangle = \mathcal{P}_{S_4} \left\{ \frac{1}{24} F_{1111} + \left(\frac{1}{6} \mathcal{P}_{(13)} - \frac{1}{3} \right) \text{---} F_{0111} + \left[\frac{1}{2} (\mathcal{P}_{(24)} - 1) \text{---} + \left(1 - \frac{1}{2} \mathcal{P}_{(14)} \right) \text{---} - \frac{1}{4} \text{---} \right] F_{0011} + \left[\frac{1}{2} \text{---} + \frac{1}{3} \text{---} - \text{---} \right] F_0 \right\}.$$

LCFT Grundlagen :: 4Pkt Funktionen

- Nutze weitere Symmetrien und Rekursionen. Rang $r = 2$:

$$\langle 1000 \rangle = F_0$$

$$\langle 1100 \rangle = \mathcal{P}_{S_2} \left\{ \frac{1}{2} F_{1100} - \text{---} F_0 \right\}$$

$$\langle 1110 \rangle = \mathcal{P}_{S_3} \left\{ \frac{1}{6} F_{1110} + \left(\frac{1}{2} \mathcal{P}_{(13)} - 1 \right) \text{---} F_{0110} + \left[\text{---} - \frac{1}{2} \text{---} \right] F_0 \right\}$$

$$\langle 1111 \rangle = \mathcal{P}_{S_4} \left\{ \frac{1}{24} F_{1111} + \left(\frac{1}{6} \mathcal{P}_{(13)} - \frac{1}{3} \right) \text{---} F_{0111} + \left[\frac{1}{2} (\mathcal{P}_{(24)} - 1) \text{---} + \left(1 - \frac{1}{2} \mathcal{P}_{(14)} \right) \text{---} - \frac{1}{4} \text{---} \right] F_{0011} + \left[\frac{1}{2} \text{---} + \frac{1}{3} \text{---} - \text{---} \right] F_0 \right\}.$$

- Zusätzliche Freiheit: Polynome in $\log(x)$, $-\log(1 - \frac{1}{x})$.

Diese liegen im Kern des nilpotenten Teils von $\mathfrak{Vir}$.

LCFT Grundlagen :: 4Pkt Funktionen

LCFT Grundlagen :: 4Pkt Funktionen

- Der Korrelator $\langle 1111 \rangle$ ausgeschrieben, mit $\ell_{ij} \equiv \log(z_i - z_j)$,

LCFT Grundlagen :: 4Pkt Funktionen

• Der Korrelator $\langle 1111 \rangle$ ausgeschrieben, mit $\ell_{ij} \equiv \log(z_i - z_j)$,

$$\begin{aligned}
 \langle 1111 \rangle = & F_{1111} + \mathcal{P}_{(1234)} \{ [(-\ell_{12} - \ell_{34} + \ell_{23} + \ell_{14})C_1 + (\ell_{13} + \ell_{24} - \ell_{12} - \ell_{34})C_2 \\
 & - \ell_{14} + \ell_{34} - \ell_{13})] F_{0111} \} \\
 + & \mathcal{P}_{(12)(34)} \{ [(\ell_{13}^2 + \ell_{24}^2 - \ell_{14}^2 - \ell_{23}^2 + 2(-\ell_{34}\ell_{24} - \ell_{12}\ell_{24} + \ell_{34}\ell_{14} + \ell_{13}\ell_{24} \\
 & - \ell_{13}\ell_{34} + \ell_{23}\ell_{34} + \ell_{12}\ell_{23} - \ell_{12}\ell_{13} - \ell_{23}\ell_{14} + \ell_{12}\ell_{14}))C_3 \\
 & + (-(\ell_{23} + \ell_{14})^2 + \ell_{23}\ell_{34} + \ell_{12}\ell_{14} - \ell_{13}\ell_{34} + \ell_{34}\ell_{14} + \ell_{13}\ell_{14} \\
 & - \ell_{34}\ell_{24} - \ell_{12}\ell_{13} - \ell_{12}\ell_{24} + \ell_{23}\ell_{24} + \ell_{23}\ell_{13} + \ell_{12}\ell_{23} + \ell_{24}\ell_{14}))C_4 \\
 & - \ell_{34}^2 - \ell_{23}^2 - \ell_{14}^2 + 2\ell_{23}\ell_{34} + 2\ell_{34}\ell_{14} - 2\ell_{12}\ell_{34} - \ell_{23}\ell_{14} + \ell_{23}\ell_{24} \\
 & - \ell_{12}\ell_{13} + \ell_{12}\ell_{14} + \ell_{12}\ell_{23} - \ell_{12}\ell_{24} + \ell_{13}\ell_{14} + \ell_{13}\ell_{24})] F_{1100} \} \\
 + & [2(\ell_{12}\ell_{24}\ell_{14} - \ell_{23}\ell_{13}\ell_{14} + \ell_{23}\ell_{34}\ell_{24} - \ell_{24}\ell_{13}\ell_{34} - \ell_{23}\ell_{34}\ell_{14} \\
 & - \ell_{12}\ell_{23}\ell_{34} - \ell_{12}\ell_{34}\ell_{24} - \ell_{23}\ell_{13}\ell_{24} + \ell_{12}\ell_{23}\ell_{13} + \ell_{13}\ell_{34}\ell_{14} \\
 & - \ell_{13}\ell_{14}\ell_{24} - \ell_{23}\ell_{24}\ell_{14} - \ell_{12}\ell_{13}\ell_{24} - \ell_{12}\ell_{23}\ell_{14} - \ell_{12}\ell_{13}\ell_{34} \\
 & - \ell_{12}\ell_{34}\ell_{14}) \\
 & + 2(\ell_{13}^2\ell_{24} + \ell_{12}^2\ell_{34} + \ell_{14}^2\ell_{23} + \ell_{23}^2\ell_{14} + \ell_{34}^2\ell_{12} + \ell_{24}^2\ell_{13})] F_0 .
 \end{aligned}$$

Rationalität von LCFT

Rationalität von LCFT

• Charaktere

Rationalität von LCFT

- Charaktere
- Fermionische Summen-Darstellungen

Rationalität von LCFT

- Charaktere
- Fermionische Summen-Darstellungen
- Torus-Amplituden

Rationalität von LCFT

- Charaktere
- Fermionische Summen-Darstellungen
- Torus-Amplituden
- Verlinde-Formel

Rationalität von LCFT

- Charaktere
- Fermionische Summen-Darstellungen
- Torus-Amplituden
- Verlinde-Formel
- C2 Ko-Endlichkeit

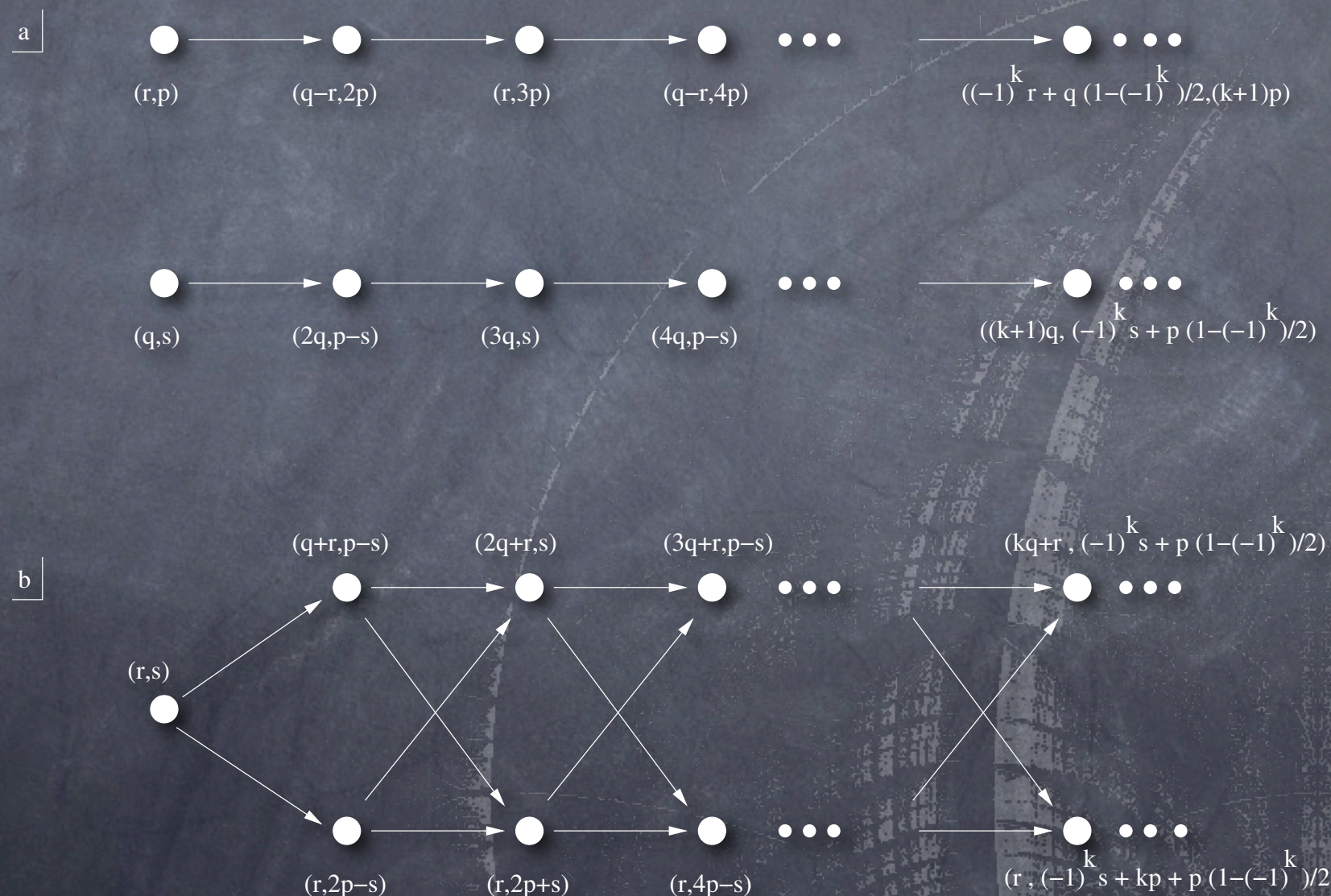
Rationalität von LCFT :: Charaktere

Rationalität von LCFT :: Charaktere

- Die $c_{p,1}$ Modelle haben leere Kac-Tabllen. Alle Virasoro Darstellungen liegen auf dem Rand der Kac-Table. Somit ist Einbettungsstruktur der Nullvektoren vom Typ a:

Rationalität von LCFT :: Charaktere

- Die $c_{p,1}$ Modelle haben leere Kac-Tabellen. Alle Virasoro Darstellungen liegen auf dem Rand der Kac-Tabelle. Somit ist Einbettungsstruktur der Nullvektoren vom Typ a:



Rationalität von LCFT :: Charaktere

Rationalität von LCFT :: Charaktere

- Die $c_{p,1}$ Modelle haben maximal erweiterte Symmetrie-Algebra $\mathcal{W}(2, 2p-1, 2p-1, 2p-1)$ unter der die Virasoro Darstellungen (n, s) und (r, np) zusammengefasst werden.

Rationalität von LCFT :: Charaktere

- Die $c_{p,1}$ Modelle haben maximal erweiterte Symmetrie-Algebra $\mathcal{W}(2, 2p-1, 2p-1, 2p-1)$ unter der die Virasoro Darstellungen (n, s) und (r, np) zusammengefasst werden.
- Einschließlich $\mathfrak{su}(2)$ **Multiplizitäten** ergibt das Modulformen.

Rationalität von LCFT :: Charaktere

- Die $c_{p,1}$ Modelle haben maximal erweiterte Symmetrie-Algebra $\mathcal{W}(2, 2p-1, 2p-1, 2p-1)$ unter der die Virasoro Darstellungen (n, s) und (r, np) zusammengefasst werden.
- Einschließlich $\mathfrak{su}(2)$ **Multiplizitäten** ergibt das Modulformen.
- Vacuum-Darstellung:

Rationalität von LCFT :: Charaktere

- Die $c_{p,1}$ Modelle haben maximal erweiterte Symmetrie-Algebra $\mathcal{W}(2, 2p-1, 2p-1, 2p-1)$ unter der die Virasoro Darstellungen (n, s) und (r, np) zusammengefasst werden.
- Einschließlich $\mathfrak{su}(2)$ **Multiplizitäten** ergibt das Modulformen.
- Vacuum-Darstellung: $\chi_0^{\mathcal{W}} = \sum_{k \in \mathbb{Z}_+} (2k+1) \chi_{2k+1,1}^{\mathfrak{Vir}}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{q^{(1-c)/24}}{\eta(q)} \left(\sum_{k \geq 0} (2k+1) q^{h_{2k+1,1}} - \sum_{k \geq 0} (2k+1) q^{h_{-(2k+1),1}} \right) \\
 &= \frac{q^{(1-c)/24}}{\eta(q)} \left(\sum_{k \geq 0} (2k+1) q^{h_{2k-1,1}} + \sum_{k \geq 1} (-2k+1) q^{h_{-2k+1,1}} \right) \\
 &= \frac{q^{(1-p)^2/4p}}{\eta(q)} \sum_{k \in \mathbb{Z}} (2k+1) q^{(1-(2k+1)p)^2 - (1-p)^2)/4p} \\
 &= \frac{1}{\eta(q)} \sum_{k \in \mathbb{Z}} (2k+1) q^{(2pk+(p-1))^2/4p}
 \end{aligned}$$

Rationalität von LCFT :: Charaktere

Rationalität von LCFT :: Charaktere

- Die $c_{p,1}$ Modelle mit maximal erweiterter chiraler Symmetrie-Algebra $\mathcal{W}(2, 2p-1, 2p-1, 2p-1)$ haben endlich viele Darst., Charaktere:

wobei

Rationalität von LCFT :: Charaktere

- Die $c_{p,1}$ Modelle mit maximal erweiterter chiraler Symmetrie-Algebra $\mathcal{W}(2, 2p-1, 2p-1, 2p-1)$ haben endlich viele Darst., Charaktere:

$$\chi_{\lambda,p} = \frac{\Theta_{\lambda,p}}{\eta} \quad 0 \leq \lambda \leq p, \lambda = pr - s$$

$$\chi_{\lambda',p}^+ = \frac{(p - \lambda')\Theta_{\lambda',p} + (\partial\Theta)_{\lambda',p}}{p\eta} \quad 0 < \lambda' < p$$

$$\chi_{\lambda',p}^- = \frac{\lambda'\Theta_{\lambda',p} - (\partial\Theta)_{\lambda',p}}{p\eta} \quad 0 < \lambda' < p$$

wobei

$$\Theta_{\lambda,p} = \sum_{n \in \mathbb{Z}} q^{\frac{(2pn+\lambda)^2}{4p}}, \quad (\partial\Theta)_{\lambda,p} = \sum_{n \in \mathbb{Z}} (2pn + \lambda) q^{\frac{(2pn+\lambda)^2}{4p}},$$

$$\eta = q^{1/24} (q)_{\infty}, \quad q = e^{2\pi i \tau}$$

Rationalität von LCFT :: Fermionische Formen

Rationalität von LCFT :: Fermionische Formen

- Verallgemeinerter fermionischer Ausdruck:

wobei $A \in M_r(\mathbb{Q})$, $\vec{b} \in \mathbb{Q}^r$ und $c \in \mathbb{Q}$.

Rationalität von LCFT :: Fermionische Formen

- Verallgemeinerter fermionischer Ausdruck:

$$f_{A,\vec{b},c}(\tau) = \sum_{\substack{\vec{m} \in (\mathbb{Z}_{\geq 0})^r \\ \text{restrictions}}} \frac{q^{\frac{1}{2} \vec{m}^t A \vec{m} + \vec{b}^t \vec{m} + c}}{(q)_{\vec{m}}}$$

wobei $A \in M_r(\mathbb{Q})$, $\vec{b} \in \mathbb{Q}^r$ und $c \in \mathbb{Q}$.

Rationalität von LCFT :: Fermionische Formen

- Verallgemeinerter fermionischer Ausdruck:

$$f_{A,\vec{b},c}(\tau) = \sum_{\substack{\vec{m} \in (\mathbb{Z}_{\geq 0})^r \\ \text{restrictions}}} \frac{q^{\frac{1}{2} \vec{m}^t A \vec{m} + \vec{b}^t \vec{m} + c}}{(q)_{\vec{m}}}$$

wobei $A \in M_r(\mathbb{Q})$, $\vec{b} \in \mathbb{Q}^r$ und $c \in \mathbb{Q}$.

- **Nahm Vermutung:**

Rationalität von LCFT :: Fermionische Formen

- Verallgemeinerter fermionischer Ausdruck:

$$f_{A,\vec{b},c}(\tau) = \sum_{\substack{\vec{m} \in (\mathbb{Z}_{\geq 0})^r \\ \text{restrictions}}} \frac{q^{\frac{1}{2} \vec{m}^t A \vec{m} + \vec{b}^t \vec{m} + c}}{(q)_{\vec{m}}}$$

wobei $A \in M_r(\mathbb{Q})$, $\vec{b} \in \mathbb{Q}^r$ und $c \in \mathbb{Q}$.

- **Nahm Vermutung:**

- Wenn A bestimmte Bedingungen erfüllt, gibt es $\vec{b}$ und c so dass $f_{A,\vec{b},c}$ eine Modulform ist.

Rationalität von LCFT :: Fermionische Formen

- Verallgemeinerter fermionischer Ausdruck:

$$f_{A,\vec{b},c}(\tau) = \sum_{\substack{\vec{m} \in (\mathbb{Z}_{\geq 0})^r \\ \text{restrictions}}} \frac{q^{\frac{1}{2} \vec{m}^t A \vec{m} + \vec{b}^t \vec{m} + c}}{(q)_{\vec{m}}}$$

wobei $A \in M_r(\mathbb{Q})$, $\vec{b} \in \mathbb{Q}^r$ und $c \in \mathbb{Q}$.

- **Nahm Vermutung:**

- Wenn A bestimmte Bedingungen erfüllt, gibt es $\vec{b}$ und c so dass $f_{A,\vec{b},c}$ eine Modulform ist.
- Alle diese Modulfunktionen $f_{A,\vec{b},c}$ sind auch Charaktere von rationalen CFTs.

Rationalität von LCFT :: Fermionische Formen

- Verallgemeinerter fermionischer Ausdruck:

$$f_{A,\vec{b},c}(\tau) = \sum_{\substack{\vec{m} \in (\mathbb{Z}_{\geq 0})^r \\ \text{restrictions}}} \frac{q^{\frac{1}{2} \vec{m}^t A \vec{m} + \vec{b}^t \vec{m} + c}}{(q)_{\vec{m}}}$$

wobei $A \in M_r(\mathbb{Q})$, $\vec{b} \in \mathbb{Q}^r$ und $c \in \mathbb{Q}$.

- **Nahm Vermutung:**

[W. Nahm :: hep-th/0404120]

- Wenn A bestimmte Bedingungen erfüllt, gibt es $\vec{b}$ und c so dass $f_{A,\vec{b},c}$ eine Modulform ist.
- Alle diese Modulfunktionen $f_{A,\vec{b},c}$ sind auch Charaktere von rationalen CFTs.
- ADET Klassifikation: $A = C_{X_r} \otimes C_{Y_s}^{-1}$ mit C_{X_r} Cartan-Matrix und $X_r, Y_s \in \{A_i, D_j, E_k, T_i \mid i \geq 1, j \geq 4, 6 \leq k \leq 8\}$.

Rationalität von LCFT :: Fermionische Formen

Rationalität von LCFT :: Fermionische Formen

- Die $c_{p,1}$ Modelle fügen sich nahtlos in die Nahm Vermutung:

wobei $(\vec{b}_{\lambda,p})^t = (0, \dots, 0, \frac{\lambda}{2}, -\frac{\lambda}{2})$,
 $(\vec{b}_{\lambda',p}^+)^t = (0, \dots, 0, 1, 2, \dots, \lambda', \frac{\lambda'}{2}, \frac{\lambda'}{2})$, $(\vec{b}_{\lambda',p}^-)^t = (\vec{b}_{p-\lambda',p}^+)^t$.

Rationalität von LCFT :: Fermionische Formen

- Die $c_{p,1}$ Modelle fügen sich nahtlos in die Nahm Vermutung:

$$\chi_{\lambda,p} = \sum_{\substack{\vec{m} \in (\mathbb{Z}_{\geq 0})^p \\ m_{p-1} + m_p \equiv 0 \pmod{2}}} \frac{q^{\frac{1}{2} \vec{m}^t C_{D_p}^{-1} \vec{m} + (\vec{b}_{\lambda,p})^t \vec{m} + c_{\lambda,p}}}{(q)_{\vec{m}}}$$

wobei $(\vec{b}_{\lambda,p})^t = (0, \dots, 0, \frac{\lambda}{2}, -\frac{\lambda}{2})$,
 $(\vec{b}_{\lambda',p}^+)^t = (0, \dots, 0, 1, 2, \dots, \lambda', \frac{\lambda'}{2}, \frac{\lambda'}{2})$, $(\vec{b}_{\lambda',p}^-)^t = (\vec{b}_{p-\lambda',p}^+)^t$.

Rationalität von LCFT :: Fermionische Formen

- Die $c_{p,1}$ Modelle fügen sich nahtlos in die Nahm Vermutung:

$$\chi_{\lambda,p} = \sum_{\substack{\vec{m} \in (\mathbb{Z}_{\geq 0})^p \\ m_{p-1} + m_p \equiv 0 \pmod{2}}} \frac{q^{\frac{1}{2} \vec{m}^t C_{D_p}^{-1} \vec{m} + (\vec{b}_{\lambda,p})^t \vec{m} + c_{\lambda,p}}}{(q)_{\vec{m}}}$$

$$\chi_{\lambda',p}^+ = \sum_{\substack{\vec{m} \in (\mathbb{Z}_{\geq 0})^p \\ m_{p-1} + m_p \equiv 0 \pmod{2}}} \frac{q^{\frac{1}{2} \vec{m}^t C_{D_p}^{-1} \vec{m} + (\vec{b}_{\lambda',p}^+)^t \vec{m} + c_{\lambda',p}}}{(q)_{\vec{m}}}$$

wobei $(\vec{b}_{\lambda,p})^t = (0, \dots, 0, \frac{\lambda}{2}, -\frac{\lambda}{2})$,

$(\vec{b}_{\lambda',p}^+)^t = (0, \dots, 0, 1, 2, \dots, \lambda', \frac{\lambda'}{2}, \frac{\lambda'}{2})$, $(\vec{b}_{\lambda',p}^-)^t = (\vec{b}_{p-\lambda',p}^+)^t$.

Rationalität von LCFT :: Fermionische Formen

- Die $c_{p,1}$ Modelle fügen sich nahtlos in die Nahm Vermutung:

$$\chi_{\lambda,p} = \sum_{\substack{\vec{m} \in (\mathbb{Z}_{\geq 0})^p \\ m_{p-1} + m_p \equiv 0 \pmod{2}}} \frac{q^{\frac{1}{2} \vec{m}^t C_{D_p}^{-1} \vec{m} + (\vec{b}_{\lambda,p})^t \vec{m} + c_{\lambda,p}}}{(q)_{\vec{m}}}$$

$$\chi_{\lambda',p}^+ = \sum_{\substack{\vec{m} \in (\mathbb{Z}_{\geq 0})^p \\ m_{p-1} + m_p \equiv 0 \pmod{2}}} \frac{q^{\frac{1}{2} \vec{m}^t C_{D_p}^{-1} \vec{m} + (\vec{b}_{\lambda',p}^+)^t \vec{m} + c_{\lambda',p}}}{(q)_{\vec{m}}}$$

$$\chi_{\lambda',p}^- = \sum_{\substack{\vec{m} \in (\mathbb{Z}_{\geq 0})^p \\ m_{p-1} + m_p \equiv 1 \pmod{2}}} \frac{q^{\frac{1}{2} \vec{m}^t C_{D_p}^{-1} \vec{m} + (\vec{b}_{\lambda',p}^-)^t \vec{m} + c_{p-\lambda',p}}}{(q)_{\vec{m}}}$$

wobei $(\vec{b}_{\lambda,p})^t = (0, \dots, 0, \frac{\lambda}{2}, -\frac{\lambda}{2})$,

$(\vec{b}_{\lambda',p}^+)^t = (0, \dots, 0, 1, 2, \dots, \lambda', \frac{\lambda'}{2}, \frac{\lambda'}{2})$, $(\vec{b}_{\lambda',p}^-)^t = (\vec{b}_{p-\lambda',p}^+)^t$.

Rationalität von LCFT :: Torus-Amplituden

Rationalität von LCFT :: Torus-Amplituden

- Die Charaktere schließen nicht unter Modultransformationen.

Rationalität von LCFT :: Torus-Amplituden

- Die Charaktere schließen nicht unter Modultransformationen.
- Raum der Torus-Amplituden größer als Raum der Charaktere.

Rationalität von LCFT :: Torus-Amplituden

- Die Charaktere schließen nicht unter Modultransformationen.
- Raum der Torus-Amplituden größer als Raum der Charaktere.
- Wir benötigen

wobei

Rationalität von LCFT :: Torus-Amplituden

- Die Charaktere schließen nicht unter Modultransformationen.
- Raum der Torus-Amplituden größer als Raum der Charaktere.
- Wir benötigen

$$\tilde{\chi}_{\lambda,p}^+ = \frac{\Theta_{\lambda,p} + i\alpha(\nabla\Theta)_{\lambda,p}}{\eta} \quad 0 < \lambda < p$$

$$\tilde{\chi}_{\lambda,p}^- = \frac{\Theta_{\lambda,p} - i\alpha(p - \lambda)(\nabla\Theta)_{\lambda',p}}{\eta} \quad 0 < \lambda < p$$

$$\text{wobei } (\nabla\Theta)_{\lambda,p} = \frac{\log(q)}{2\pi i} (\partial\Theta)_{\lambda,p} .$$

Rationalität von LCFT :: Torus-Amplituden

- Die Charaktere schließen nicht unter Modultransformationen.
- Raum der Torus-Amplituden größer als Raum der Charaktere.
- Wir benötigen

$$\tilde{\chi}_{\lambda,p}^+ = \frac{\Theta_{\lambda,p} + i\alpha(\nabla\Theta)_{\lambda,p}}{\eta} \quad 0 < \lambda < p$$

$$\tilde{\chi}_{\lambda,p}^- = \frac{\Theta_{\lambda,p} - i\alpha(p - \lambda)(\nabla\Theta)_{\lambda',p}}{\eta} \quad 0 < \lambda < p$$

$$\text{wobei } (\nabla\Theta)_{\lambda,p} = \frac{\log(q)}{2\pi i} (\partial\Theta)_{\lambda,p}.$$

- Diese Funktionen sind Torus-Vakuumamplituden, wie aus der modularen Differentialgleichung (Zhu-Gleichung) folgt.

Rationalität von LCFT :: Torus-Amplituden

- Die Charaktere schließen nicht unter Modultransformationen.
- Raum der Torus-Amplituden größer als Raum der Charaktere.
- Wir benötigen

$$\tilde{\chi}_{\lambda,p}^+ = \frac{\Theta_{\lambda,p} + i\alpha(\nabla\Theta)_{\lambda,p}}{\eta} \quad 0 < \lambda < p$$

$$\tilde{\chi}_{\lambda,p}^- = \frac{\Theta_{\lambda,p} - i\alpha(p - \lambda)(\nabla\Theta)_{\lambda',p}}{\eta} \quad 0 < \lambda < p$$

$$\text{wobei } (\nabla\Theta)_{\lambda,p} = \frac{\log(q)}{2\pi i} (\partial\Theta)_{\lambda,p}.$$

- Diese Funktionen sind Torus-Vakuumamplituden, wie aus der modularen Differentialgleichung (Zhu-Gleichung) folgt.
- Geschlossen unter Modultransformationen. Der Limes $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \tilde{\chi}_{\lambda,p}^{\pm}$ liefert Charaktere der vollen unzerlegbaren Darst.

Rationalität von LCFT :: Verlinde-Formel

Rationalität von LCFT :: Verlinde-Formel

- Der volle Satz Torus-Amplituden hat eine gute S-Matrix.

Rationalität von LCFT :: Verlinde-Formel

- Der volle Satz Torus-Amplituden hat eine gute S-Matrix.
- Die physikalischen Fusionsregeln findet man via

Rationalität von LCFT :: Verlinde-Formel

- Der volle Satz Torus-Amplituden hat eine gute S-Matrix.
- Die physikalischen Fusionsregeln findet man via

$$N_{ij}^k = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \sum_{\lambda} \frac{S_i^{\lambda} S_j^{\lambda} (S^{-1})_{\lambda}^k}{S_{\text{vac}}^{\lambda}}.$$

Rationalität von LCFT :: Verlinde-Formel

- Der volle Satz Torus-Amplituden hat eine gute S-Matrix.
- Die physikalischen Fusionsregeln findet man via

$$N_{ij}^k = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \sum_{\lambda} \frac{S_i^{\lambda} S_j^{\lambda} (S^{-1})_{\lambda}^k}{S_{\text{vac}}^{\lambda}}.$$

- Beachte: In diesem Limes werden die Amplituden zu **linear abhängigem** Satz von Charakteren $\rightarrow$ Identifikation von Darst.

Beispiel: $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \tilde{\chi}_{\lambda,p}^{\pm} = \chi_{\lambda,p}^{+} + \chi_{\lambda,p}^{-}.$

Rationalität von LCFT :: Verlinde-Formel

- Der volle Satz Torus-Amplituden hat eine gute S-Matrix.
- Die physikalischen Fusionsregeln findet man via

$$N_{ij}^k = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \sum_{\lambda} \frac{S_i^{\lambda} S_j^{\lambda} (S^{-1})_{\lambda}^k}{S_{\text{vac}}^{\lambda}}.$$

- Beachte: In diesem Limes werden die Amplituden zu **linear abhängigem** Satz von Charakteren $\rightarrow$ Identifikation von Darst.

Beispiel: $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \tilde{\chi}_{\lambda,p}^{\pm} = \chi_{\lambda,p}^{+} + \chi_{\bar{\lambda},p}^{-}.$

- Berücksichtigt man dies, erhält man wohldefinierte Fusionsregeln. Alle negativen Vorzeichen der RS verschwinden.

Rationalität von LCFT :: Verlinde-Formel

- Der volle Satz Torus-Amplituden hat eine gute S-Matrix.
- Die physikalischen Fusionsregeln findet man via

$$N_{ij}^k = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \sum_{\lambda} \frac{S_i^{\lambda} S_j^{\lambda} (S^{-1})_{\lambda}^k}{S_{\text{vac}}^{\lambda}}.$$

- Beachte: In diesem Limes werden die Amplituden zu **linear abhängigem** Satz von Charakteren $\rightarrow$ Identifikation von Darst.

Beispiel: $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \tilde{\chi}_{\lambda,p}^{\pm} = \chi_{\lambda,p}^{+} + \chi_{\lambda,p}^{-}.$

- Berücksichtigt man dies, erhält man wohldefinierte Fusionsregeln. Alle negativen Vorzeichen der RS verschwinden.
- Dieser direkte, Verlinde-artige Zugang ist äquivalent zu anderen, aufwändigeren, Zugängen.

[z.B. J. Fuchs et al :: hep-th/0306274, M. Gaberdiel et al :: arXiv:0707.0388]

Rationalität von LCFT :: C2-Koendlichkeit

Rationalität von LCFT :: C₂-Koendlichkeit

- C₂-Koendlichkeit ist eines der strengsten Mittel, die Rationalität einer CFT zu testen. Sie liegt vor wenn $\dim(V/C_2(V)) < \infty$ mit $C_2(V) = \text{span}\{u_{-h(u)-1}v \mid u, v \in V\}$. Hier ist V die Vakuum-Darst. der $\mathcal{W}$ -algebra.

Rationalität von LCFT :: C2-Koendlichkeit

- C2-Koendlichkeit ist eines der strengsten Mittel, die Rationalität einer CFT zu testen. Sie liegt vor wenn $\dim(V/C_2(V)) < \infty$ mit $C_2(V) = \text{span}\{u_{-h(u)-1}v \mid u, v \in V\}$. Hier ist V die Vakuum-Darst. der $\mathcal{W}$ -algebra.
- Die $c_{p,1}$ Modelle mit den $\mathcal{W}(2, 2p-1, 2p-1, 2p-1)$ Triplet-Algebren sind C2-koendlich $\rightarrow$ legt nahe: sind rationale LCFTs.

Rationalität von LCFT :: C2-Koendlichkeit

- C2-Koendlichkeit ist eines der strengsten Mittel, die Rationalität einer CFT zu testen. Sie liegt vor wenn $\dim(V/C_2(V)) < \infty$ mit $C_2(V) = \text{span}\{u_{-h(u)-1}v \mid u, v \in V\}$. Hier ist V die Vakuum-Darst. der $\mathcal{W}$ -algebra.
- Die $c_{p,1}$ Modelle mit den $\mathcal{W}(2, 2p-1, 2p-1, 2p-1)$ Triplet-Algebren sind C2-koendlich $\rightarrow$ legt nahe: sind rationale LCFTs.
- Auf der anderen Seite stellen sie ein Gegenbeispiel zur Vermutung dar, dass C2-Koendlichkeit äquivalent zu Rationalität ist in dem Sinne, dass alle Darstellungen irreduzibel sind.

Rationalität von LCFT :: C2-Koendlichkeit

- C2-Koendlichkeit ist eines der strengsten Mittel, die Rationalität einer CFT zu testen. Sie liegt vor wenn $\dim(V/C_2(V)) < \infty$ mit $C_2(V) = \text{span}\{u_{-h(u)-1}v \mid u, v \in V\}$. Hier ist V die Vakuum-Darst. der $\mathcal{W}$ -algebra.
- Die $c_{p,1}$ Modelle mit den $\mathcal{W}(2, 2p-1, 2p-1, 2p-1)$ Triplet-Algebren sind C2-koendlich $\rightarrow$ legt nahe: sind rationale LCFTs.
- Auf der anderen Seite stellen sie ein Gegenbeispiel zur Vermutung dar, dass C2-Koendlichkeit äquivalent zu Rationalität ist in dem Sinne, dass alle Darstellungen irreduzibel sind.
- Dies legt nahe, dass eine brauchbare Definition von Rationalität unzerlegbare Darst. einschließen muss.

Rationalität von LCFT :: C2-Koendlichkeit

- C2-Koendlichkeit ist eines der strengsten Mittel, die Rationalität einer CFT zu testen. Sie liegt vor wenn $\dim(V/C_2(V)) < \infty$ mit $C_2(V) = \text{span}\{u_{-h(u)-1}v \mid u, v \in V\}$. Hier ist V die Vakuum-Darst. der $\mathcal{W}$ -algebra.
- Die $c_{p,1}$ Modelle mit den $\mathcal{W}(2, 2p-1, 2p-1, 2p-1)$ Triplet-Algebren sind C2-koendlich $\rightarrow$ legt nahe: sind rationale LCFTs.
- Auf der anderen Seite stellen sie ein Gegenbeispiel zur Vermutung dar, dass C2-Koendlichkeit äquivalent zu Rationalität ist in dem Sinne, dass alle Darstellungen irreduzibel sind.
- Dies legt nahe, dass eine brauchbare Definition von Rationalität unzerlegbare Darst. einschließen muss.
- Neue Vermutung:
Zhu-Algebra **nicht** halbeinfach $\leftrightarrow$ rationale **LCFT**.

Augmentierte minimale Modelle

Augmentierte minimale Modelle

- Logarithmische Nullvektoren

Augmentierte minimale Modelle

- Logarithmische Nullvektoren
- Nahm Algorithmus

Augmentierte minimale Modelle

- Logarithmische Nullvektoren
- Nahm Algorithmus
- Die erweiterten Modelle

Augmentierte Modelle :: Log Nullvektoren

Augmentierte Modelle :: Log Nullvektoren

- Kleinstes Minimales Model: $c = c_{2,3} = 0$.

Erweiterte Kac-Tabelle:

Augmentierte Modelle :: Log Nullvektoren

- Kleinstes Minimales Model: $c = c_{2,3} = 0$.

Erweiterte Kac-Tabelle:

		s				
		1	2	3	4	5
r	1	0	$\frac{5}{8}$	2	$\frac{33}{8}$	7
	2	0	$\frac{1}{8}$	1	$\frac{21}{8}$	5
	3	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{24}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{35}{24}$	$\frac{10}{3}$
	4	1	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{5}{8}$	2
	5	2	$\frac{5}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	1
	6	$\frac{10}{3}$	$\frac{35}{24}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{24}$	$\frac{1}{3}$
	7	5	$\frac{21}{8}$	1	$\frac{1}{8}$	0
	8	7	$\frac{33}{8}$	2	$\frac{5}{8}$	0
	9	$\frac{28}{3}$	$\frac{143}{24}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{35}{24}$	$\frac{1}{3}$
	10	12	$\frac{65}{8}$	5	$\frac{21}{8}$	1
	11	15	$\frac{85}{8}$	7	$\frac{33}{8}$	2

Augmentierte Modelle :: Log Nullvektoren

Augmentierte Modelle :: Log Nullvektoren

- Nullvektoren auf Fall unzerlegbarer Darst. verallgemeinern.

Augmentierte Modelle :: Log Nullvektoren

- Nullvektoren auf Fall unzerlegbarer Darst. verallgemeinern.
- Allgemeinster Ansatz für Rang $r = 2$:

Augmentierte Modelle :: Log Nullvektoren

- Nullvektoren auf Fall unzerlegbarer Darst. verallgemeinern.
- Allgemeinster Ansatz für Rang $r = 2$:

$$|\chi_{h,c}^{(n)}\rangle = \sum_{|\mathbf{n}|=n} b_1^{\mathbf{n}}(h, c) L_{-\mathbf{n}} |h; 1\rangle + \sum_{|\mathbf{m}|=n+1} b_0^{\mathbf{m}}(h, c) L_{-\mathbf{m}} |h-1\rangle.$$

Augmentierte Modelle :: Log Nullvektoren

- Nullvektoren auf Fall unzerlegbarer Darst. verallgemeinern.
- Allgemeinster Ansatz für Rang $r = 2$:

$$|\chi_{h,c}^{(n)}\rangle = \sum_{|n|=n} b_1^n(h, c) L_{-n} |h; 1\rangle + \sum_{|m|=n+1} b_0^m(h, c) L_{-m} |h-1\rangle.$$

- Schließt Darst. zu **nicht**-quasiprimären Zuständen $|h; k\rangle$ ein.

Augmentierte Modelle :: Log Nullvektoren

- Nullvektoren auf Fall unzerlegbarer Darst. verallgemeinern.
- Allgemeinster Ansatz für Rang $r = 2$:

$$|\chi_{h,c}^{(n)}\rangle = \sum_{|n|=n} b_1^n(h, c) L_{-n} |h; 1\rangle + \sum_{|m|=n+1} b_0^m(h, c) L_{-m} |h-1\rangle.$$

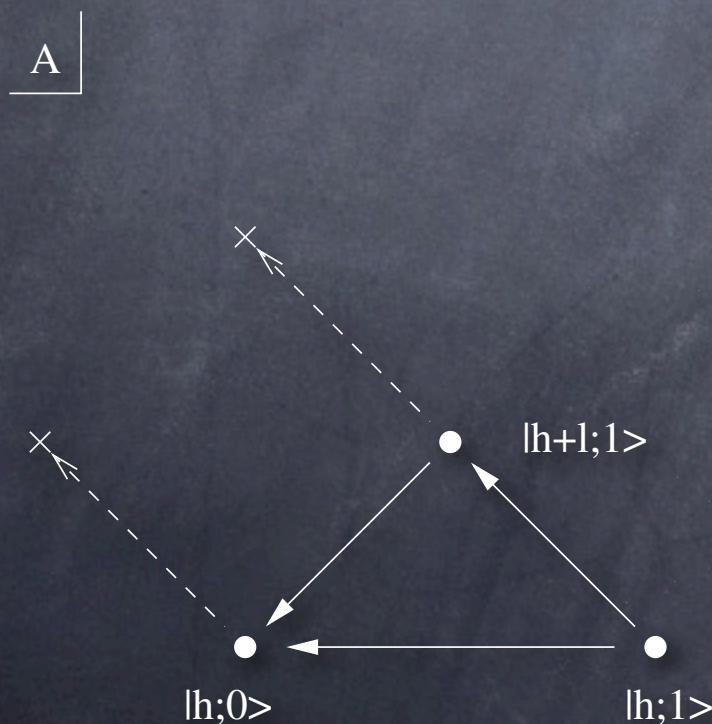
- Schließt Darst. zu **nicht**-quasiprimären Zuständen $|h; k\rangle$ ein.
- Mögliche Typen solcher Darstellungen:

Augmentierte Modelle :: Log Nullvektoren

- Nullvektoren auf Fall unzerlegbarer Darst. verallgemeinern.
- Allgemeinster Ansatz für Rang $r = 2$:

$$|X_{h,c}^{(n)}\rangle = \sum_{|n|=n} b_1^n(h, c) L_{-n} |h; 1\rangle + \sum_{|m|=n+1} b_0^m(h, c) L_{-m} |h-1\rangle.$$

- Schließt Darst. zu **nicht**-quasiprimären Zuständen $|h; k\rangle$ ein.
- Mögliche Typen solcher Darstellungen:



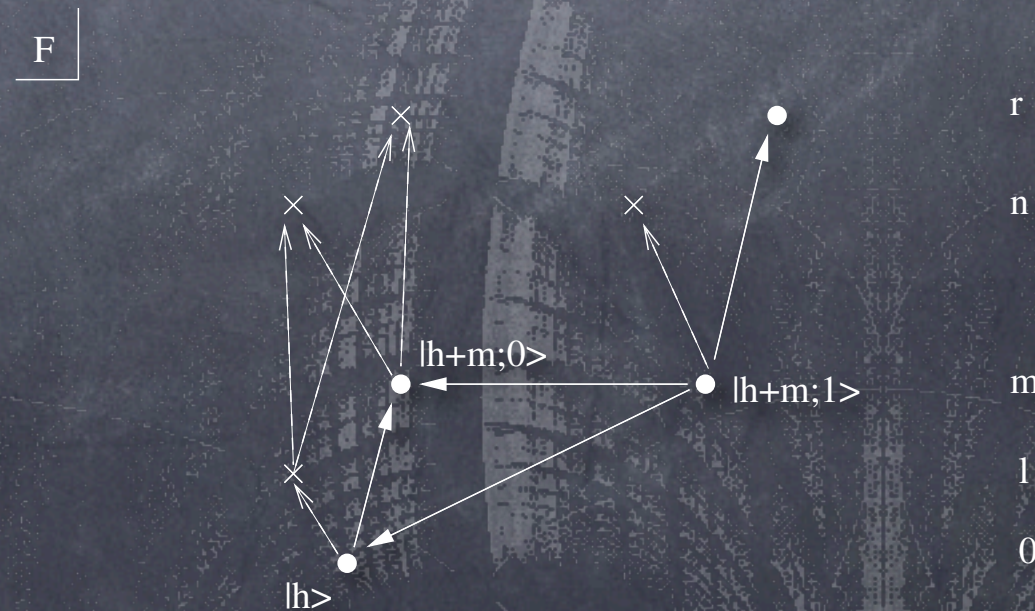
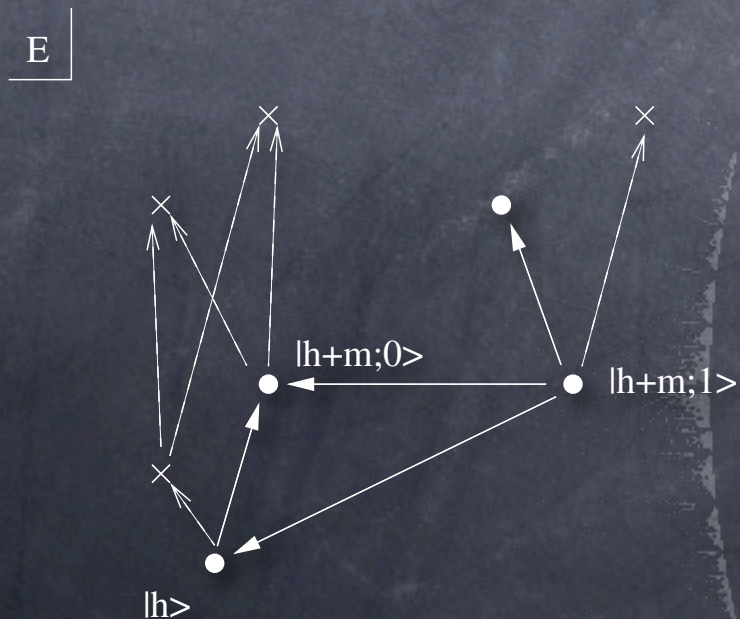
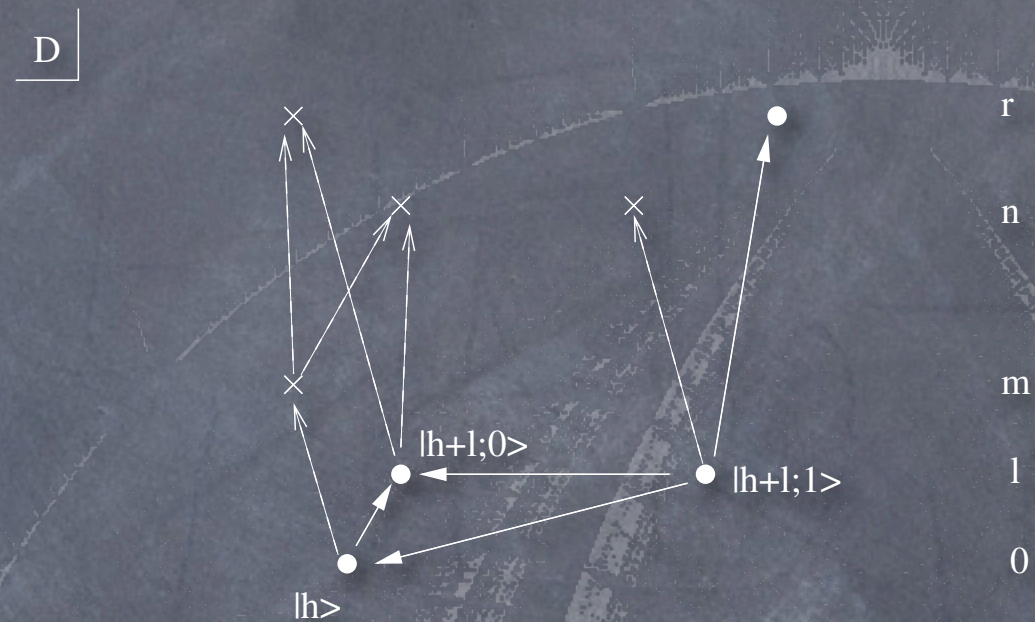
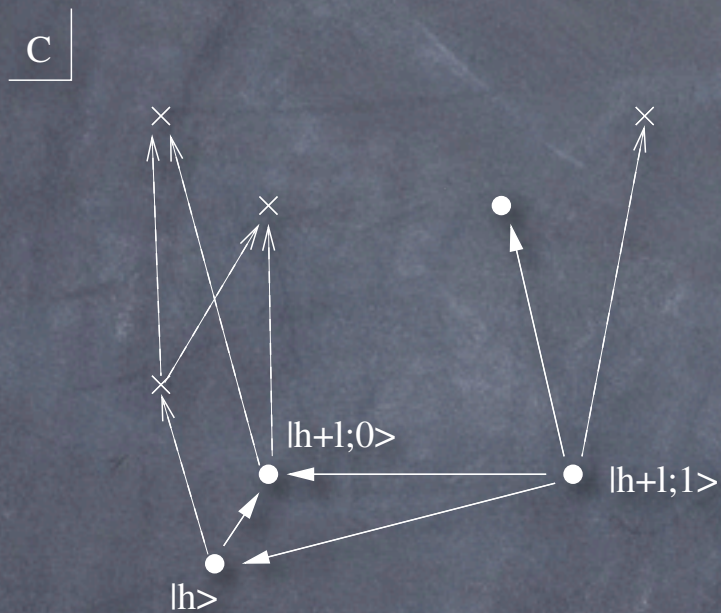
Augmentierte Modelle :: Log Nullvektoren

Augmentierte Modelle :: Log Nullvektoren

- In augmentierten minimalen Modellen gibt es zusätzliche Typen von Darstellungen:

Augmentierte Modelle :: Log Nullvektoren

- In augmentierten minimalen Modellen gibt es zusätzliche Typen von Darstellungen:



Augmentierte Modelle :: Log Nullvektoren

Augmentierte Modelle :: Log Nullvektoren

- Die Bedingungen für Existenz eines Nullvektors sind

Augmentierte Modelle :: Log Nullvektoren

• Die Bedingungen für Existenz eines Nullvektors sind

$$\begin{aligned}
 0 &\stackrel{!}{=} \langle h; 1 | L_{n_i} | \chi_{h,c}^{(n)} \rangle \\
 &= \sum_{|n|=n} b_1^n(h, c) \langle h; 1 | L_{n_i} L_{-n} | h; 1 \rangle + \sum_{|m|=n+1} b_0^m(h, c) \langle h; 1 | L_{n_i} L_{-m} | h-1 \rangle \\
 &= \sum_{|n|=n} b_1^n(h, c) \langle h; 1 | F_{n_i,n}^{(1)}(L_{-1}^l, L_1^l, L_0, C) | h; 1 \rangle \\
 &\quad + \sum_{|m|=n+1} b_0^m(h, c) \langle h; 1 | F_{n_i,n}^{(2)}(L_{-1}^l, L_{-1}^l, L_0^s, L_{-1}^l, C^t) | h-1 \rangle,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 0 &\stackrel{!}{=} \langle h-1 | L_{m_j} | \chi_{h,c}^{(n)} \rangle \\
 &= \sum_{|n|=n} b_1^n(h, c) \langle h-1 | L_{m_j} L_{-n} | h; 1 \rangle + \sum_{|m|=n+1} b_0^m(h, c) \langle h-1 | L_{m_j} L_{-m} | h-1 \rangle \\
 &= \sum_{|n|=n} b_1^n(h, c) \langle h-1 | F_{m_j,n}^{(3)}(L_1^l, L_0^s, L_1^l, C^t, L_1^l) | h; 1 \rangle \\
 &\quad + \sum_{|m|=n+1} b_0^m(h, c) \langle h; 1 | F_{m_j,n}^{(4)}(L_0, C) | h-1 \rangle.
 \end{aligned}$$

Augmentierte Modelle :: Log Nullvektoren

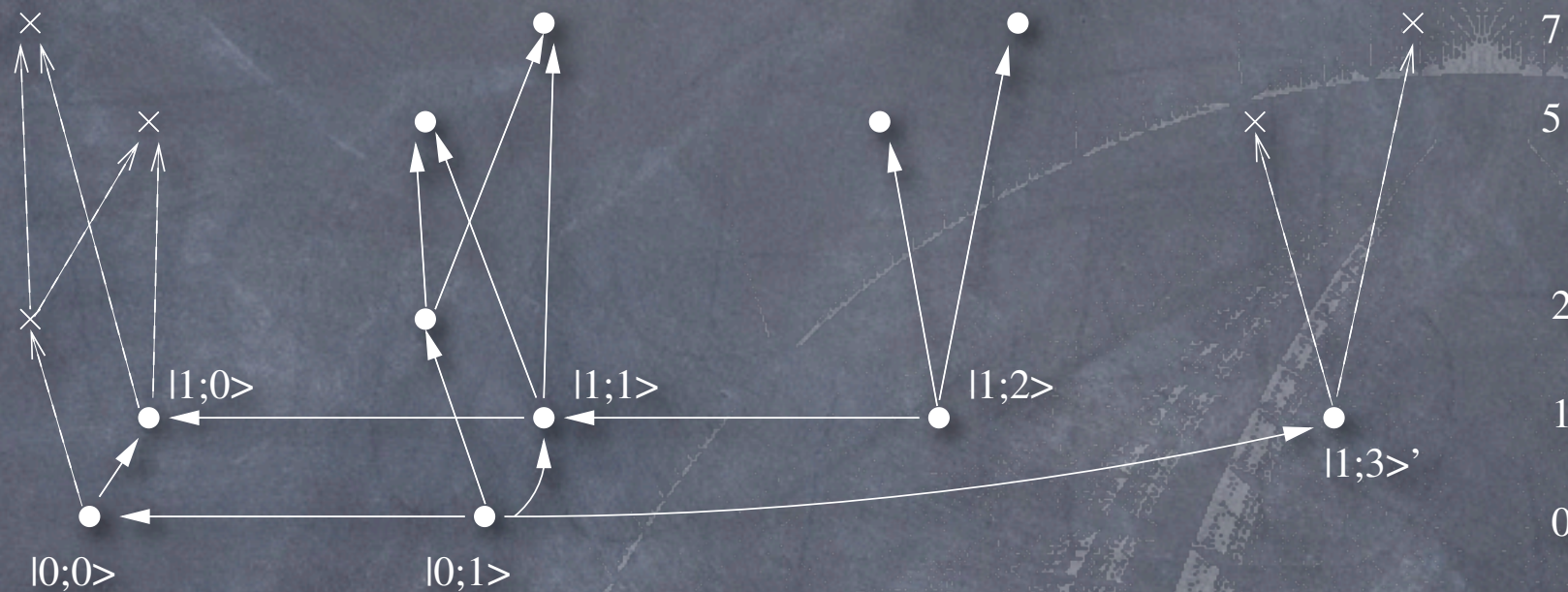
Augmentierte Modelle :: Log Nullvektoren

- Neue Eigenschaft: Existenz von Rang $r = 3$ Darstellungen:

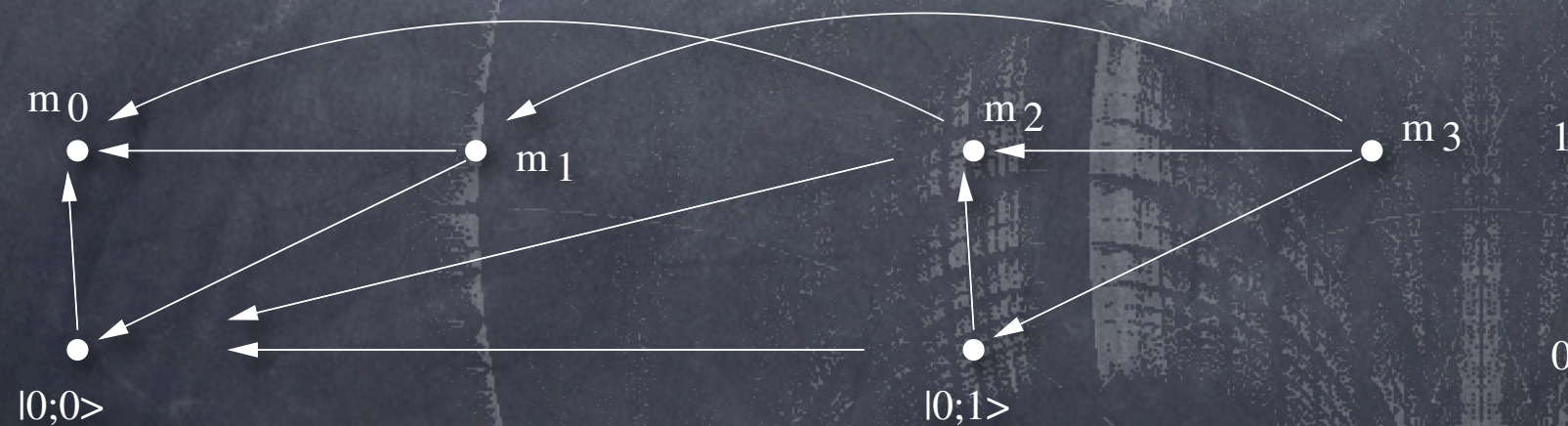
Augmentierte Modelle :: Log Nullvektoren

- Neue Eigenschaft: Existenz von Rang $r = 3$ Darstellungen:

G_1



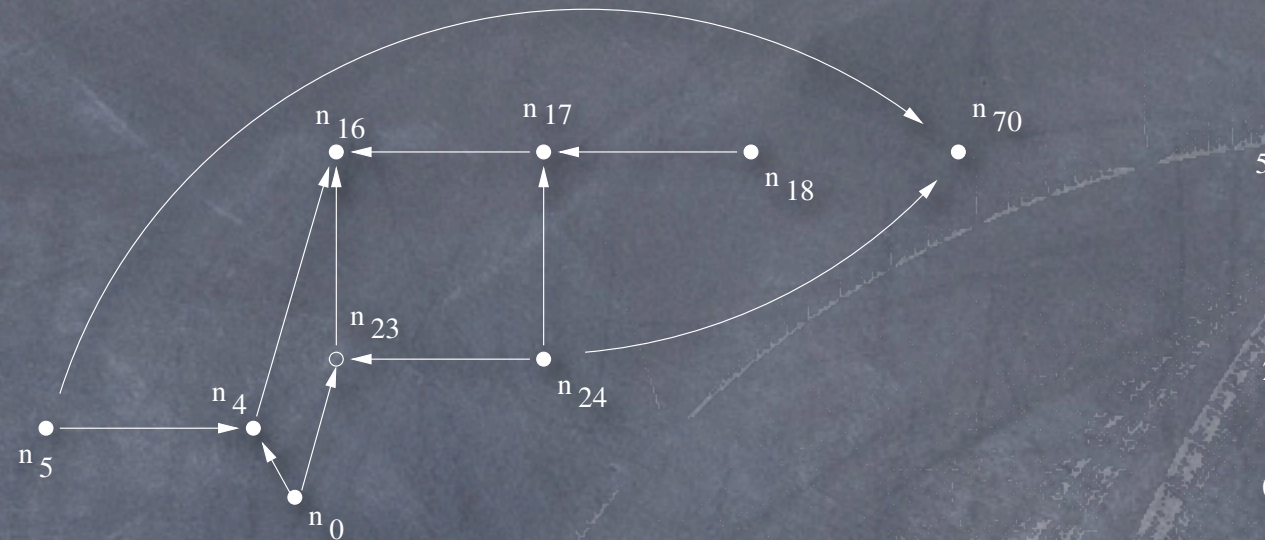
G_2



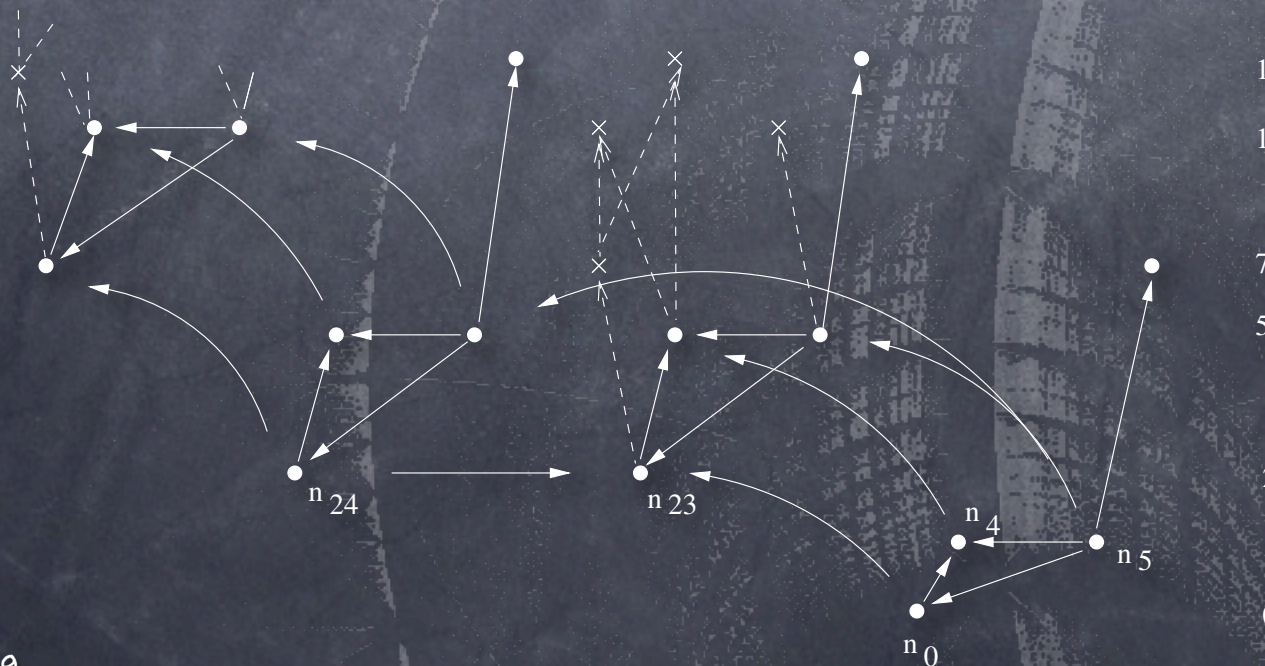
Augmentierte Modelle :: Log Nullvektoren

- Neue Eigenschaft: Existenz von Rang $r = 3$ Darstellungen:

H_1



H_2



Augmentierte Modelle :: Naive Algorithmus

Augmentierte Modelle :: Nahm Algorithmus

- Kenntnis der Nullvektoren $\rightarrow$ Berechnung der Fusionsregeln bzgl. Wir mit Nahm Algorithmus für Koprodukt-Formeln

Augmentierte Modelle :: Nahm Algorithmus

- Kenntnis der Nullvektoren $\rightarrow$ Berechnung der Fusionsregeln bzgl. Wir mit Nahm Algorithmus für Koprodukt-Formeln

$$\Delta_{z,\zeta}(L_n) = \sum_{m=-1}^n \binom{n+1}{m+1} \zeta^{n-m} (L_m \otimes \Pi)$$

$$+ \epsilon \sum_{l=-1}^n \binom{n+1}{l+1} z^{n-l} (\Pi \otimes L_l)$$

$$= \tilde{\Delta}_{z,\zeta}(L_n) \quad \forall n \leq -1,$$

$$\Delta_{z,\zeta}(L_{-n}) = \sum_{m=-1}^{\infty} \binom{n+m-1}{m+1} (-1)^{m+1} \zeta^{-(n+m)} (L_m \otimes \Pi)$$

$$+ \epsilon \sum_{l=n}^{\infty} \binom{l-2}{n-2} (-z)^{l-n} (\Pi \otimes L_{-l}) \quad \forall n \leq 2,$$

$$\tilde{\Delta}_{z,\zeta}(L_{-n}) = \sum_{m=n}^{\infty} \binom{m-2}{n-2} (-\zeta)^{m-n} (L_{-m} \otimes \Pi)$$

$$+ \epsilon \sum_{l=-1}^{\infty} \binom{n+l-1}{l+1} (-1)^{l+1} z^{-(n+l)} (\Pi \otimes L_l) \quad \forall n \leq 2.$$

Augmentierte Modelle :: Naive Algorithmus

Augmentierte Modelle :: Nahm Algorithmus

- Entwicklungen müssen gleiche Resultate liefern $\rightarrow$ Fusionsräume zweier Darstellungen $\mathcal{H}_i$ lokalisiert an z_i , $i = 1, 2$

Augmentierte Modelle :: Nahm Algorithmus

- Entwicklungen müssen gleiche Resultate liefern $\rightarrow$ Fusionsräume zweier Darstellungen $\mathcal{H}_i$ lokalisiert an z_i , $i = 1, 2$

$$\mathcal{H}_1 \otimes_f \mathcal{H}_2 := (\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2) / (\Delta_{z_1, z_2} - \tilde{\Delta}_{z_1, z_2}).$$

Augmentierte Modelle :: Nahm Algorithmus

- Entwicklungen müssen gleiche Resultate liefern $\rightarrow$ Fusionsräume zweier Darstellungen $\mathcal{H}_i$ lokalisiert an z_i , $i = 1, 2$

$$\mathcal{H}_1 \otimes_f \mathcal{H}_2 := (\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2) / (\Delta_{z_1, z_2} - \tilde{\Delta}_{z_1, z_2}).$$

- Nahm zeigte: Fast alle Information bereits enthalten in den speziellen Unterräumen $\mathcal{H}_i^s \equiv \mathcal{H}_i / (C_2(\mathfrak{Vir})\mathcal{H}_i)$.

[W. Nahm :: [hep-th/9402039](https://arxiv.org/abs/hep-th/9402039)]

Augmentierte Modelle :: Nahm Algorithmus

- Entwicklungen müssen gleiche Resultate liefern $\rightarrow$ Fusionsräume zweier Darstellungen $\mathcal{H}_i$ lokalisiert an z_i , $i = 1, 2$

$$\mathcal{H}_1 \otimes_f \mathcal{H}_2 := (\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2) / (\Delta_{z_1, z_2} - \tilde{\Delta}_{z_1, z_2}).$$

- Nahm zeigte: Fast alle Information bereits enthalten in den speziellen Unterräumen $\mathcal{H}_i^s \equiv \mathcal{H}_i / (C_2(\mathfrak{Vir})\mathcal{H}_i)$.

[W. Nahm :: [hep-th/9402039](#)]

- Sei $C^n(\mathfrak{Vir}) = \text{span} \left\{ \prod_{j=1}^m (L_{-l_j})^{k_j} \mid \sum_{j=1}^m l_j \geq n \right\}$ die Unter algebra von Worten der Mindestlänge n . Definiere $\mathcal{H}_i^{(n)} \equiv \mathcal{H}_i / (C^n(\mathfrak{Vir})\mathcal{H}_i)$.

Augmentierte Modelle :: Nahm Algorithmus

- Entwicklungen müssen gleiche Resultate liefern $\rightarrow$ Fusionsräume zweier Darstellungen $\mathcal{H}_i$ lokalisiert an z_i , $i = 1, 2$

$$\mathcal{H}_1 \otimes_f \mathcal{H}_2 := (\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2) / (\Delta_{z_1, z_2} - \tilde{\Delta}_{z_1, z_2}).$$

- Nahm zeigte: Fast alle Information bereits enthalten in den speziellen Unterräumen $\mathcal{H}_i^s \equiv \mathcal{H}_i / (C_2(\mathfrak{Vir})\mathcal{H}_i)$.

[W. Nahm :: [hep-th/9402039](https://arxiv.org/abs/hep-th/9402039)]

- Sei $C^n(\mathfrak{Vir}) = \text{span} \left\{ \prod_{j=1}^m (L_{-l_j})^{k_j} \mid \sum_{j=1}^m l_j \geq n \right\}$ die Unteralgebra von Worten der Mindestlänge n . Definiere $\mathcal{H}_i^{(n)} \equiv \mathcal{H}_i / (C^n(\mathfrak{Vir})\mathcal{H}_i)$.

- Konstruktion der Fusionsräume Schritt für Schritt via

Augmentierte Modelle :: Nahm Algorithmus

- Entwicklungen müssen gleiche Resultate liefern $\rightarrow$ Fusionsräume zweier Darstellungen $\mathcal{H}_i$ lokalisiert an z_i , $i = 1, 2$

$$\mathcal{H}_1 \otimes_f \mathcal{H}_2 := (\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2) / (\Delta_{z_1, z_2} - \tilde{\Delta}_{z_1, z_2}).$$

- Nahm zeigte: Fast alle Information bereits enthalten in den speziellen Unterräumen $\mathcal{H}_i^s \equiv \mathcal{H}_i / (C_2(\mathfrak{Vir})\mathcal{H}_i)$.

[W. Nahm :: hep-th/9402039]

- Sei $C^n(\mathfrak{Vir}) = \text{span} \left\{ \prod_{j=1}^m (L_{-l_j})^{k_j} \mid \sum_{j=1}^m l_j \geq n \right\}$ die Unteralgebra von Worten der Mindestlänge n . Definiere $\mathcal{H}_i^{(n)} \equiv \mathcal{H}_i / (C^n(\mathfrak{Vir})\mathcal{H}_i)$.

- Konstruktion der Fusionsräume Schritt für Schritt via $(\mathcal{H}_1 \otimes_f \mathcal{H}_2)^{(n)} \subset \mathcal{H}_1^s \otimes \mathcal{H}_2^{(n)} \wedge (\mathcal{H}_1 \otimes_f \mathcal{H}_2)^{(n)} \subset \mathcal{H}_1^{(n)} \otimes \mathcal{H}_2^s$.

Augmentierte Modelle :: Naive Algorithmus

Augmentierte Modelle :: Naive Algorithmus

- Entscheidende Vereinfachung damit Algorithmus funktioniert:
Existenz von Nullvektoren. Damit wird $\psi_1 \otimes \psi_2 \in \mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2$
umgeschrieben zu

mit $\psi_1^i \in \mathcal{H}_1^s$.

Augmentierte Modelle :: Nahm Algorithmus

- Entscheidende Vereinfachung damit Algorithmus funktioniert:
Existenz von Nullvektoren. Damit wird $\psi_1 \otimes \psi_2 \in \mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2$
umgeschrieben zu

$$\psi_1 \otimes \psi_2 = \sum_i \psi_1^i \otimes \psi_2^i + \Delta_{1,0}(C^{n+1}(\mathfrak{Vir}))(\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2)$$

mit $\psi_1^i \in \mathcal{H}_1^s$.

Augmentierte Modelle :: Nahm Algorithmus

- Entscheidende Vereinfachung damit Algorithmus funktioniert: Existenz von Nullvektoren. Damit wird $\psi_1 \otimes \psi_2 \in \mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2$ umgeschrieben zu

$$\psi_1 \otimes \psi_2 = \sum_i \psi_1^i \otimes \psi_2^i + \Delta_{1,0}(C^{n+1}(\mathfrak{Vir})) (\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2)$$

mit $\psi_1^i \in \mathcal{H}_1^s$.

- Funktioniert, da $\psi_1 = \sum_j \psi_1^j + \sum_k C_2(\mathfrak{Vir}) \chi_1^k$, wobei $\psi_1^j, \chi_1^k \in \mathcal{H}_1^s$.

Augmentierte Modelle :: Nahm Algorithmus

- Entscheidende Vereinfachung damit Algorithmus funktioniert: Existenz von Nullvektoren. Damit wird $\psi_1 \otimes \psi_2 \in \mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2$ umgeschrieben zu

$$\psi_1 \otimes \psi_2 = \sum_i \psi_1^i \otimes \psi_2^i + \Delta_{1,0}(C^{n+1}(\mathfrak{Vir})) (\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2)$$

mit $\psi_1^i \in \mathcal{H}_1^s$.

- Funktioniert, da $\psi_1 = \sum_j \psi_1^j + \sum_k C_2(\mathfrak{Vir}) \chi_1^k$, wobei $\psi_1^j, \chi_1^k \in \mathcal{H}_1^s$.

- Man kann zeigen: Führt zu endlichem, terminierendem Algorithmus für die Berechnung von Fusionsräumen bis zu gegebenem Level.

Augmentierte Modelle :: Nahm Algorithmus

- Entscheidende Vereinfachung damit Algorithmus funktioniert: Existenz von Nullvektoren. Damit wird $\psi_1 \otimes \psi_2 \in \mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2$ umgeschrieben zu

$$\psi_1 \otimes \psi_2 = \sum_i \psi_1^i \otimes \psi_2^i + \Delta_{1,0}(C^{n+1}(\mathfrak{Vir})) (\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2)$$

mit $\psi_1^i \in \mathcal{H}_1^s$.

- Funktioniert, da $\psi_1 = \sum_j \psi_1^j + \sum_k C_2(\mathfrak{Vir}) \chi_1^k$, wobei $\psi_1^j, \chi_1^k \in \mathcal{H}_1^s$.

- Man kann zeigen: Führt zu endlichem, terminierendem Algorithmus für die Berechnung von Fusionsräumen bis zu gegebenem Level.
- Im wesentlichen gestatten Nullvektoren, descendante Zustände der Form $(L_{-1})^n \psi_1$ zu eliminieren.

Augmentierte Modelle :: Erweiterung

Augmentierte Modelle :: Erweiterung

- Die Rang $r = 2$ Darstellungen des $c_{3.3,3.2} = 0$ Modells:

Augmentierte Modelle :: Erweiterung

Die Rang $r = 2$ Darstellungen des $c_{3.3,3.2} = 0$ Modells:

	β_1	β_2	level of log. partner	level of first nullvector	level of first log. nullvector	type
$\mathcal{R}^{(2)}(5/8, 5/8)$	—	—	0	2	10	A
$\mathcal{R}^{(2)}(1/3, 1/3)$	—	—	0	3	9	A
$\mathcal{R}^{(2)}(1/8, 1/8)$	—	—	0	4	8	A
$\mathcal{R}^{(2)}(5/8, 21/8)$	—5	—	2	10	16	B
$\mathcal{R}^{(2)}(1/3, 10/3)$	140/27	—	3	9	18	B
$\mathcal{R}^{(2)}(1/8, 33/8)$	—700/81	—	4	8	20	B
$\mathcal{R}^{(2)}(0, 1)_5$	1/3	—	1	2	7	C
$\mathcal{R}^{(2)}(0, 1)_7$	—1/2	—	1	2	5	D
$\mathcal{R}^{(2)}(0, 2)_5$	—	—5/8	2	1	7	E
$\mathcal{R}^{(2)}(0, 2)_7$	—	5/6	2	1	5	F
$\mathcal{R}^{(2)}(1, 5)$	2800/9	—	4	6	14	C
$\mathcal{R}^{(2)}(1, 7)$	30800/27	1100/9	6	4	14	E
$\mathcal{R}^{(2)}(2, 5)$	—420	—	3	5	10	D
$\mathcal{R}^{(2)}(2, 7)$	—880	—440/3	5	3	10	F

Augmentierte Modelle :: Erweiterung

Augmentierte Modelle :: Erweiterung

- Die $r = 3$ sind viel zu kompliziert ..., es gibt vier:

Augmentierte Modelle :: Erweiterung

- Die $r = 3$ sind viel zu kompliziert ..., es gibt vier:
 $\mathcal{R}^{(3)}(0,0,1,1)$, $\mathcal{R}^{(3)}(0,0,2,2)$, $\mathcal{R}^{(3)}(0,1,2,5)$, $\mathcal{R}^{(3)}(0,1,2,7)$.

Augmentierte Modelle :: Erweiterung

- Die $r = 3$ sind viel zu kompliziert ..., es gibt vier:
 $\mathcal{R}^{(3)}(0,0,1,1)$, $\mathcal{R}^{(3)}(0,0,2,2)$, $\mathcal{R}^{(3)}(0,1,2,5)$, $\mathcal{R}^{(3)}(0,1,2,7)$.
- Alle unzerlegbaren Darst. konstruiert von RS von Fusionsprodukten einfacherer Darst. via Nahm Algorithmus, beginnend mit Fusionsprodukten von irreduziblen Darst.

Augmentierte Modelle :: Erweiterung

- Die $r = 3$ sind viel zu kompliziert ..., es gibt vier:
 $\mathcal{R}^{(3)}(0,0,1,1)$, $\mathcal{R}^{(3)}(0,0,2,2)$, $\mathcal{R}^{(3)}(0,1,2,5)$, $\mathcal{R}^{(3)}(0,1,2,7)$.
- Alle unzerlegbaren Darst. konstruiert von RS von Fusionsprodukten einfacherer Darst. via Nahm Algorithmus, beginnend mit Fusionsprodukten von irreduziblen Darst.
- Assoziativität der Fusion von drei Darst. liefert weitere Bedingungen zur Analyse der Struktur der Darst. auf RS von Fusionsprodukten.

Augmentierte Modelle :: Erweiterung

- Die $r = 3$ sind viel zu kompliziert ..., es gibt vier:
 $\mathcal{R}^{(3)}(0,0,1,1)$, $\mathcal{R}^{(3)}(0,0,2,2)$, $\mathcal{R}^{(3)}(0,1,2,5)$, $\mathcal{R}^{(3)}(0,1,2,7)$.
- Alle unzerlegbaren Darst. konstruiert von RS von Fusionsprodukten einfacherer Darst. via Nahm Algorithmus, beginnend mit Fusionsprodukten von irreduziblen Darst.
- Assoziativität der Fusion von drei Darst. liefert weitere Bedingungen zur Analyse der Struktur der Darst. auf RS von Fusionsprodukten.
- Beispiele:

Augmentierte Modelle :: Erweiterung

- Die $r = 3$ sind viel zu kompliziert ..., es gibt vier:
 $\mathcal{R}^{(3)}(0, 0, 1, 1)$, $\mathcal{R}^{(3)}(0, 0, 2, 2)$, $\mathcal{R}^{(3)}(0, 1, 2, 5)$, $\mathcal{R}^{(3)}(0, 1, 2, 7)$.
- Alle unzerlegbaren Darst. konstruiert von RS von Fusionsprodukten einfacherer Darst. via Nahm Algorithmus, beginnend mit Fusionsprodukten von irreduziblen Darst.
- Assoziativität der Fusion von drei Darst. liefert weitere Bedingungen zur Analyse der Struktur der Darst. auf RS von Fusionsprodukten.
- Beispiele:

$$\begin{aligned}\mathcal{V}(1/3) \otimes_f \mathcal{V}(1) &= \mathcal{R}^{(2)}(0, 1)_7, \\ \mathcal{V}(1/3) \otimes_f \mathcal{V}(5) &= \mathcal{R}^{(2)}(2, 5), \\ \mathcal{V}(1/3) \otimes_f \mathcal{V}(12) &= \mathcal{R}^{(2)}(7, 12), \\ \mathcal{V}(1/3) \otimes_f \mathcal{R}^{(2)}(1, 5) &= \mathcal{R}^{(3)}(0, 1, 2, 5), \\ \mathcal{V}(5/8) \otimes_f \mathcal{R}^{(2)}(5/8, 21/8) &= \mathcal{R}^{(3)}(0, 1, 2, 5).\end{aligned}$$

Augmentierte Modelle :: Erweiterung

Augmentierte Modelle :: Erweiterung

- Minimale Modelle werden augmentiert zu (rationalen) LCFTs mit geschlossener Fusionsalgebra auf einer Menge von Darst., aufgezählt durch erweiterte Kac-Tabelle zu $c_{3p,3q}$.

Augmentierte Modelle :: Erweiterung

- Minimale Modelle werden augmentiert zu (rationalen) LCFTs mit geschlossener Fusionsalgebra auf einer Menge von Darst., aufgezählt durch erweiterte Kac-Tabelle zu $c_{3p,3q}$.
- Explizit gezeigt für Modelle $c_{3.3,3.2} = 0$ und $c_{3.5,3.2} = -\frac{22}{5}$.
Verallgemeinerung klar.

[siehe auch M. Gaberdiel et al :: arXiv:0905.0916]

Augmentierte Modelle :: Erweiterung

- Minimale Modelle werden augmentiert zu (rationalen) LCFTs mit geschlossener Fusionsalgebra auf einer Menge von Darst., aufgezählt durch erweiterte Kac-Tabelle zu $c_{3p,3q}$.
- Explizit gezeigt für Modelle $c_{3.3,3.2} = 0$ und $c_{3.5,3.2} = -\frac{22}{5}$.
Verallgemeinerung klar. [siehe auch M. Gaberdiel et al :: arXiv:0905.0916]
- Es gibt eine Basis von Charakteren und Torus-Amplitudes abgeschlossen unter Aktion der Modulgruppe.

Augmentierte Modelle :: Erweiterung

- Minimale Modelle werden augmentiert zu (rationalen) LCFTs mit geschlossener Fusionsalgebra auf einer Menge von Darst., aufgezählt durch erweiterte Kac-Tabelle zu $c_{3p,3q}$.
- Explizit gezeigt für Modelle $c_{3.3,3.2} = 0$ und $c_{3.5,3.2} = -\frac{22}{5}$.
Verallgemeinerung klar. [siehe auch M. Gaberdiel et al :: arXiv:0905.0916]
- Es gibt eine Basis von Charakteren und Torus-Amplitudes abgeschlossen unter Aktion der Modulgruppe.
- Diese Basis erfüllt die modulare Differentialgleichung.

Augmentierte Modelle :: Erweiterung

- Minimale Modelle werden augmentiert zu (rationalen) LCFTs mit geschlossener Fusionsalgebra auf einer Menge von Darst., aufgezählt durch erweiterte Kac-Tabelle zu $c_{3p,3q}$.
- Explizit gezeigt für Modelle $c_{3.3,3.2} = 0$ und $c_{3.5,3.2} = -\frac{22}{5}$.
Verallgemeinerung klar. [siehe auch M. Gaberdiel et al :: arXiv:0905.0916]
- Es gibt eine Basis von Charakteren und Torus-Amplitudes abgeschlossen unter Aktion der Modulgruppe.
- Diese Basis erfüllt die modulare Differentialgleichung.
- Die ursprünglichen irreduziblen Darst. der unerweiterten minimalen Modelle entkoppeln. Rolle der Vakuum Darst. übernimmt eine unzerlegbare Rang $r = 1$ Darst. eingebettet in große Rang $r = 3$ Darst.

Augmentierte Modelle :: Erweiterung

- Minimale Modelle werden augmentiert zu (rationalen) LCFTs mit geschlossener Fusionsalgebra auf einer Menge von Darst., aufgezählt durch erweiterte Kac-Tabelle zu $c_{3p,3q}$.
- Explizit gezeigt für Modelle $c_{3.3,3.2} = 0$ und $c_{3.5,3.2} = -\frac{22}{5}$.
Verallgemeinerung klar. [siehe auch M. Gaberdiel et al :: arXiv:0905.0916]
- Es gibt eine Basis von Charakteren und Torus-Amplitudes abgeschlossen unter Aktion der Modulgruppe.
- Diese Basis erfüllt die modulare Differentialgleichung.
- Die ursprünglichen irreduziblen Darst. der unerweiterten minimalen Modelle entkoppeln. Rolle der Vakuum Darst. übernimmt eine unzerlegbare Rang $r = 1$ Darst. eingebettet in große Rang $r = 3$ Darst.

$$\mathcal{R}^{(1)}(0)_2 \otimes_f \mathcal{V}(h) = \mathcal{V}(h) \quad \forall h \in \left\{ \frac{5}{8}, \frac{1}{3}, \frac{1}{8}, \frac{-1}{24}, \frac{33}{8}, \frac{10}{3}, \frac{21}{8}, 2, 1, 7, 5 \right\}.$$

Perspektiven

Perspektiven

- Zusammenfassung

Perspektiven

- Zusammenfassung
- Ausblick

Perspektiven :: Zusammenfassung

Perspektiven :: Zusammenfassung

- LCFT gut etabliert als eigenständiges Forschungsfeld in der Physik ebenso wie in der Mathematik.

Perspektiven :: Zusammenfassung

- LCFT gut etabliert als eigenständiges Forschungsfeld in der Physik ebenso wie in der Mathematik.
- LCFT hat viele Anwendungen, viele weitere sind zu erwarten, insbesondere in SLE und in Stringtheorie.

Perspektiven :: Zusammenfassung

- LCFT gut etabliert als eigenständiges Forschungsfeld in der Physik ebenso wie in der Mathematik.
- LCFT hat viele Anwendungen, viele weitere sind zu erwarten, insbesondere in SLE und in Stringtheorie.
- Die mächtigen Strukturen von rationaler CFT können alle auf den Fall logarithmischer CFT verallgemeinert werden.

Perspektiven :: Zusammenfassung

- LCFT gut etabliert als eigenständiges Forschungsfeld in der Physik ebenso wie in der Mathematik.
- LCFT hat viele Anwendungen, viele weitere sind zu erwarten, insbesondere in SLE und in Stringtheorie.
- Die mächtigen Strukturen von rationaler CFT können alle auf den Fall logarithmischer CFT verallgemeinert werden.
- LCFTs können rationale CFTs im mathematisch strengen Sinne sein (außer: Zhu-algebra ist nicht halb-einfach).

Perspektiven :: Zusammenfassung

- LCFT gut etabliert als eigenständiges Forschungsfeld in der Physik ebenso wie in der Mathematik.
- LCFT hat viele Anwendungen, viele weitere sind zu erwarten, insbesondere in SLE und in Stringtheorie.
- Die mächtigen Strukturen von rationaler CFT können alle auf den Fall logarithmischer CFT verallgemeinert werden.
- LCFTs können rationale CFTs im mathematisch strengen Sinne sein (außer: Zhu-algebra ist nicht halb-einfach).
- Rationale CFTs können vermutlich augmentiert werden zu rationalen LCFTs (z.B. logarithmische minimale Modelle).

Perspektiven :: Zusammenfassung

- LCFT gut etabliert als eigenständiges Forschungsfeld in der Physik ebenso wie in der Mathematik.
- LCFT hat viele Anwendungen, viele weitere sind zu erwarten, insbesondere in SLE und in Stringtheorie.
- Die mächtigen Strukturen von rationaler CFT können alle auf den Fall logarithmischer CFT verallgemeinert werden.
- LCFTs können rationale CFTs im mathematisch strengen Sinne sein (außer: Zhu-algebra ist nicht halb-einfach).
- Rationale CFTs können vermutlich augmentiert werden zu rationalen LCFTs (z.B. logarithmische minimale Modelle).
- LCFT interpolieren zwischen rationalen und generischen CFTs (z.B. Limites von Sequenzen minimaler Modelle).

Perspektiven :: Ausblick

Perspektiven :: Ausblick

- LCFT sicher für längere Zeit wichtiges Forschungsfeld.

Perspektiven :: Ausblick

- LCFT sicher für längere Zeit wichtiges Forschungsfeld.
- Einige wichtige TODOs:

Perspektiven :: Ausblick

- LCFT sicher für längere Zeit wichtiges Forschungsfeld.
- Einige wichtige TODOs:
 - Definition von LCFT als (Jordan) Vertex-Operatoralgebra für einen axiomatischen Rahmen.

Perspektiven :: Ausblick

- LCFT sicher für längere Zeit wichtiges Forschungsfeld.
- Einige wichtige TODOs:
 - Definition von LCFT als (Jordan) Vertex-Operatoralgebra für einen axiomatischen Rahmen.
 - Allgemeinere unzerlegbare Darst. (nicht bzgl. Vir allein).

Perspektiven :: Ausblick

- LCFT sicher für längere Zeit wichtiges Forschungsfeld.
- Einige wichtige TODOs:
 - Definition von LCFT als (Jordan) Vertex-Operatoralgebra für einen axiomatischen Rahmen.
 - Allgemeinere unzerlegbare Darst. (nicht bzgl. Vir allein).
 - Verlinde-Formel für augmentierte minimale Modelle.

Perspektiven :: Ausblick

- LCFT sicher für längere Zeit wichtiges Forschungsfeld.
- Einige wichtige TODOs:
 - Definition von LCFT als (Jordan) Vertex-Operatoralgebra für einen axiomatischen Rahmen.
 - Allgemeinere unzerlegbare Darst. (nicht bzgl. Vir allein).
 - Verlinde-Formel für augmentierte minimale Modelle.
 - Präzise Beziehung von SLE und LCFT.

Perspektiven :: Ausblick

- LCFT sicher für längere Zeit wichtiges Forschungsfeld.
- Einige wichtige TODOs:
 - Definition von LCFT als (Jordan) Vertex-Operatoralgebra für einen axiomatischen Rahmen.
 - Allgemeinere unzerlegbare Darst. (nicht bzgl. Vir allein).
 - Verlinde-Formel für augmentierte minimale Modelle.
 - Präzise Beziehung von SLE und LCFT.
 - Konstruktion & Klassifikation von allgemeineren LCFTs nicht zugehörig zu minimalen Modellen.

Perspektiven :: Ausblick

- LCFT sicher für längere Zeit wichtiges Forschungsfeld.
- Einige wichtige TODOs:
 - Definition von LCFT als (Jordan) Vertex-Operatoralgebra für einen axiomatischen Rahmen.
 - Allgemeinere unzerlegbare Darst. (nicht bzgl. Vir allein).
 - Verlinde-Formel für augmentierte minimale Modelle.
 - Präzise Beziehung von SLE und LCFT.
 - Konstruktion & Klassifikation von allgemeineren LCFTs nicht zugehörig zu minimalen Modellen.
 - Allgemeine Konstruktion lokaler LCFT Amplituden.

Perspektiven :: Ausblick

- LCFT sicher für längere Zeit wichtiges Forschungsfeld.
- Einige wichtige TODOs:
 - Definition von LCFT als (Jordan) Vertex-Operatoralgebra für einen axiomatischen Rahmen.
 - Allgemeinere unzerlegbare Darst. (nicht bzgl. Vir allein).
 - Verlinde-Formel für augmentierte minimale Modelle.
 - Präzise Beziehung von SLE und LCFT.
 - Konstruktion & Klassifikation von allgemeineren LCFTs nicht zugehörig zu minimalen Modellen.
 - Allgemeine Konstruktion lokaler LCFT Amplituden.
 - . . .

Perspektiven :: Ausblick

- LCFT sicher für längere Zeit wichtiges Forschungsfeld.
- Einige wichtige TODOs:
 - Definition von LCFT als (Jordan) Vertex-Operatoralgebra für einen axiomatischen Rahmen.
 - Allgemeinere unzerlegbare Darst. (nicht bzgl. Vir allein).
 - Verlinde-Formel für augmentierte minimale Modelle.
 - Präzise Beziehung von SLE und LCFT.
 - Konstruktion & Klassifikation von allgemeineren LCFTs nicht zugehörig zu minimalen Modellen.
 - Allgemeine Konstruktion lokaler LCFT Amplituden.
 - . . .
- Rationale CFT im klassischen Sinne ist wahrscheinlich ein zu enges Konzept.

